მამული ბუჭუხიშვილი
აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

კომპლექსური რიცხვების მნიშვნელობა მათემატიკაში

DOI: 10.52340/erp.2024.05.19

აბსტრაქტი

კომპლექსი - არის ლათინური სიტყვა რაც ნიშნავს კავშირს, საგანთა შეხამებას, მოვლენათა ან თვისებათა ერთობლიობას. კომპლექსი - ცნება ფსიქოლოგიაში არის ქვეცნობიერი, მენტალური ფაქტორების ერთობლიობა ინდივიდის შეგნებაში, რომელიც დაკავშირებულია კონკრეტულ საგნებთან ან თემებთან და არსებით გავლენას ახდენს ინდივიდის ქცევებზე.

მათემატიკაში გვხვდება ტერმინი „კომპლექსური რიცხვი“ და შესაბამისად კომპლექსური რიცხვი, რომელიც არის ნამდვილიდან განსხვავებული.

კომპლექსური რიცხვების აღმოჩენამ უდიდესი გავლენა მოახდინა მთელ მათემატიკაზე, გააერთიანა ზევრი რამ, რაც ადრე აუხსნელი იყო.

სტატიაში განვიხილეთ კომპლექსური რიცხვების სემოტანის ისტორია და კონკრეტული მაგალითის საფუძველზე განვიხილეთ შედეგები, რომლებიც ეხება კუბური განტოლებების ამოხსნას.

საკვანძო სიტყვები: კომპლექსური რიცხვი, კარდანო, ზომზელი, არითმეტიკა, თეორემა.

კომპლექსი (ლათ. Complexus) - კავშირი, საგანთა შეხამება, მოვლენათა ან თვისებათა ერთობლიობა, შეხამება. კომპლექსი - ცნება ფსიქოლოგიაში არის ქვეცნობიერი, მენტალური ფაქტორების ერთობლიობა ინდივიდის შეგნებაში, რომელიც დაკავშირებულია კონკრეტულ საგნებთან ან თემებთან და არსებით გავლენას ახდენს ინდივიდის ქცევებზე მათ მიმართ. არქიტექტურული კომპლექსი - არქიტექტურულ ფორმათა, შენობა-ნაგებობათა ერთობლიობა, გაერთიანებული ერთი ფუნქციის გარშემო და ა.შ.

მათემატიკაში ტერმინი „კომპლექსური რიცხვი“ წარმოადგენს a+ib ფორმის ობიექტს, სადაც a და b ნამდვილი რიცხვებია, ხოლო i რიცხვს, ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვისაგან განსხვავებით, აქვს თვისება i2=-1. კომპლექსური რიცხვების აღმოჩენამ უდიდესი გავლენა მოახდინა მთელ მათემატიკაზე, გააერთიანა ზევრი რამ, რაც ადრე აუხსნელი იყო.

კომპლექსური რიცხვების შემომტანად ბევრი ჯიროლამო კარდანოს (Girolamo Cardano) წიგნს „ARS MAGNA" (დიდი ხელოვნება) მიიჩნევს, რომელიც 1545 წელს გამოქვეყნდა. ეს წიგნი კუბური განტოლების ამოხსნას ეხება და მასში კარდანოს წინამორბედების - ტარტალიასა (Tartaglia) და დელ ფეროს (Del Ferro) მეთოდებიცაა მოყვანილი. პირველად ამ წიგნში გვხვდება ფესვი უარყოფითი რიცხვიდან. მაგალითად, გვხვდება ამოცანა: ვიპოვოთ ორი რიცხვი, რომელთა ჯამი 10-ია, ხოლო ნამრავლი კი - 40. ამ ამოცანის პასუხია 5+-15 და 5--15. თუმცა, კარდანო იქვე ეჭვით აღნიშნავს, რომ ეს პასუხი „რამდენადაც დახვეწილია, იმდენად უაზროა".

პირველი მნიშვნელოვანი გამოთვლები კომპლექსურ რიცხვებზე გვხვდება რაფაელ ბომბელის (Rafael Bombelli) მიერ 1572 წელს გამოქვეყნებულ წიგნში L' Algebra". აქაც ავტორის აზრით, მთელი ეს საკითხი „ეყრდნობა უფრო სოფიზმს, ვიდრე ჭეშმარიტებას". ლეიბნიცის 1702 წლის გამოთქმით კი, რიცხვი i არის „ამფიბია არსებობისა და არარსებობას შორის". ეს განწყობილება აისახა ტერმინოლოგიაზეც და კომპლექსურ რიცხვებს „წარმოსახვით" რიცხვებს უწოდებენ (დღესაც a+ib კომპლექსური რიცხვის b კომპონენტს წარმოსახვითი ეწოდება). ტერმინი „ნამდვილი რიცხვი" ამ ამბების შემდეგ დამკვიდრდა, რათა წარმოსახვითი რიცხვები ცალკე გაემიჯნათ.

განვიხილოთ ის შედეგები რაც ბომბელმა გადმოსცა და რაც ვერ შეამჩნია კარდანომ და რაც არის კომპლექსური რიცხვის არსებობის პირველი სერიოზული მაცნე და მანიშნებელი.

ბომბელის მოუვიდა აზრი, როგორც თვითონ აღნიშნავს თავის წიგნში, რომ კუბური განტოლების ამოხსნის ფორმულა ნამდვილად მოითხოვს კომპლექსური რიცხვების საჭიროებას.

ბომბელის მსჯელობა ეყრდნობა ორ ფაქტს: ნებისმიერი კუბური განტოლება დაიყვანება x3=bx+c განტოლებაზე და არსებობს ამ განტოლების ფესვის ფორმულა. ეს ორი თეორემა კარდანოს წიგნში არ ეწერა.

განვიხილოთ ბომბელის მსჯელობა და ვნახოთ თუ როგორ მივყავართ კუბურ განტოლებებს კომპლექსურ რიცხვამდე და ეს არ შეუძლიათ კვადრატულ განტოლებებს.

x2=bx+c კვადრატული განტოლების ფესვები შეიძლება განვიხილოთ, როგორც y=x2 პარაბოლისა და y=bx+c წრფის თანაკვეთის წერტილები. l1:y=bx+c წრფე (b2+4c≥0) კვეთს

პარაბოლას და x2=bx+c განტოლებას ამონახსნი აქვს და l2:y=bx+c(b2+4c<0) წრფე არ კვეთს პარაბოლას, რადგან (დისკრიმინანტიდან ფესვი) b2+4c ნამდვილი რიცხვი არ არის. გეომეტრიულად ეს გამართლებულია, რადგან პარაბოლას ზოგიერთი წრფე არ გადაკვეთს.

სულ სხვა გეომეტრიული ინტერპრეტაცია გვაქვს როცა y=x3, კუბურ წირს ნებისმიერი წრფე კვეთს, ამიტომ ნებისმიერ კუბურ განტოლებას უნდა ჰქონდეს ერთი ამონახსნი მაინც.

ბომბელიმ განიხილა მაგალითი x3=15x+4. ცხადია, ამ განტოლებას აქვს ამონახსნი x=4. -1 გამოსახულების მნიშვნელობები აღვნიშნოთ სიმბოლოებით ±i, მაშინ განტოლების ამონახსნი კარდანოს წიგნის მიხედვით იქნება x=32+11i+32-11i, მაგრამ რატომ უდრის ეს გამოსახულება 4-ს? აქ ბომბელის მოსაზრება ასეთია - შესაძლოა, ეს გამოსახულება x=4 სიდიდეს იმიტომ იღებს, რომ არსებობს რაღაც n-რომ გვაქვს ტოლები: 32+11i=2+ni და 32-11i=2-ni. აქედან გამომდინარე უნდა გვქონდეს 2±ni3=2±11i. ეს მართლაც ასეა 2±i3=2±11i.

ამრიგად, პირველად ბომბელის შრომით დადგინდა, რომ კომპლექსური რიცხვები და კომპლექსური არითმეტიკა აუცილებლად საჭიროა. კომპლექსური რიცხვების გამოყენებაზე მათემატიკასა და ფიზიკაში საინტერესო და ხელმისაწვდომი უამრავი ლიტერატურა არსებობს.

ჩვენ დავამატოთ ბომბელის მსჯელობა, რომელიც ორ თეორემას ეყრდნობა.

თეორემა 1. ყოველი კუბური განტოლება დაიყვანება განტოლებაზე x3=bx+c.

დამტკიცება. განვიხილოთ ზოგადი კუბური განტოლება: x3+Ax2+bx+c=0. ფესვები შეგვიძლია განვიხილოთ როგორც XOY საკოორდინატო სიბრტყეში OX ღერძის, ანუ Y=0 წრფის და y=X3+AX2+BX+C კუბური წირის თანაკვეთის წერტილები. ამ კუბური წირის „გადაღუნვის წერტილი“ (კალკულუსი, ეს ის წერტილია, რომელშიც მეორე რიგის წარმოებული Y11=0) ტოლია X=-A3, ამრიგად, X=x-A3 ჩასმით ზოგად განტოლებაში, მივიღებთ გამოსახულებას, რომელსიც x2-ის კოეფიციენტი 0-ის ტოლი იქნება, ანუ კუბური წირი მიიღებს სახეს x3=bx+c.

თეორემა 2. x3=3px+2q კუბური განტოლების ფესვი გამოითვლება ფორმულით:

x=3q+q2-P3+3q-q2-p3

დამტკიცება. შემოვიღოთ ჩასმა x=S+t(1), სადაც S და t ისე შევარჩიოთ, რომ st=p, S3+t3=2q(2).

1. და (2) - დან გამომდინარეობს, რომ S+t არის განტოლების ფესვი, რადგან

S+t3=3StS+t+S3+t3=3pS+t+2q.

2. ტოლობებში შეიძლება გამოვრიცხოთ t და მივიღოთ კვადრატული განტოლება S3-ის მიმართ. ამ კვადრატული განტოლების ამოსხნისთ მივიღებთ S3=q±q2-P3 ანუ

S და t სიმბოლოები განტოლებებში სიმეტრიულად მონაწილეობენ, ამიტომ t ცვლადიც S1, S2-დან ერთ-ერთის ტოლია. თუ გავითვალისწინებთ, რომ S3+t3=2q, მივიღებთ ტოლობებს t1=S2, t2=S1.

ამრიგად x=S1+t2=S2+t1. საბოლოოდ (3)-ის გათვალისწინებიტ გვექნება x=3q+q2-p3+3q-q2-p3; ამით თეორემის სამართლიანობა ცხადია.

Mamuli Buchukhishvili
Akaki Tsereteli State University

The importance of complex numbers in mathematics

Abstract

Complex - is a Latin word that means a connection, a combination of things, a set of events or properties. Complex - a concept in psychology is a set of subconscious, mental factors in the consciousness of an individual, which are related to specific subjects or topics and have a significant influence on the behavior of the individual. In mathematics, the term "complex number" is found, and therefore a complex number that is different from the real number.

The discovery of complex numbers had a huge impact on all of mathematics, unifying many things that were previously inexplicable.

In the article, I will discuss the history of semotan of complex numbers and, based on a specific example, discuss the results related to the solution of cubic equations.

Key Words: complex number, Cardano, Bombeli, Arithmetics, theorem.