

ინდუქცია სასკოლო მათემატიკაში

“ნებისმიერი ცივილიზაცია - ამბობს მორის კლაინი, თუ ის ღირსია ეს სახელი ატაროს, ჭეშმარიტების ძიებაშია. მოაზროვნე ადამიანებს შეუძლებელია არ ეცადათ ბუნების მოვლენების მრავალფეროვნების, ადამიანის დედამიწაზე გაჩენის საიდუმლოს, სიცოცხლის აზრისა და ადამიანის დანიშნულებაში გარკვევა... პირველი ასეთი ცივილიზაცია ძველმა ბერძნებმა შექმნეს.

ბერძნები მივიდნენ აღმოჩენამდე, რომელიც ადამიანის მიერ მიღწეულ აღმოჩენათაგან უდიდესია. მათ აღმოაჩინეს გონების ძლიერება. სწორედ ბერძნები, კლასიკურ პერიოდში, რომელმაც თავის უმაღლეს გაფურჩქვნას ჩვენს წელთაღრიცხვამდე VI-III საუკუნეებში მიაღწია, მიხვდნენ, რომ ადამიანი აღჭურვილია გონებით, რომელსაც დაკვირვებაზე და გამოცდილებაზე დაფუძნებით შეუძლია ჭეშმარიტების აღმოჩენა“ [1; 18-19].

დაკვირვება ცხადია არ შეიძლება იყოს პირველი ნაბიჯი. დაკვირვება ამათუ იმ მოვლენაზე ხდება იმ სახით, რა სახითაც ისინი უკვე არსებობენ ბუნებაში. რაღა თქმა უნდა დაკვირვება მეცნიერული კვლევა-ბუნებისათვის საკმარისი არ არის, რადგან რაიმე მოვლენაზე დაკვირვება მხოლოდ მაშინ შეიძლება, როცა ამ მოვლენას უკვე ადგილი აქვს ბუნებაში. ზოგი მოვლენა კი ძალიან იშვიათია. ამიტომაც დაკვირვების საშუალებით ძნელია ყველა მოვლენის შეცნობა. ხშირად ადამიანი შეძლებს ხოლმე დაადგინოს ჭეშმარიტება თავისი მიხედვით, მიგნებით, ინტუიციით. „ინტუიცია“ ლათინური სიტყვაა (intuition) რაც ქართულად დაჟინებულ მზერას ნიშნავს და გულისხმობს შეცნობას, შემეცნებას ვრცელი, გაშლილი დასაბუთების გარეშე.

იმის შემდეგ რაც ბერძნების დამტკიცების აზრს ჩაწვდნენ, მაშინ გამოიყო მათემატიკა ცალკე მეცნიერებად და მას შემდეგ მიგნება და დამტკიცება მათემატიკის დამახასიათებელ ნიშნებად იქცა. ცხადია, პირველია რაიმე მოვლენის მიგნება, ხოლო შემდგომ მიგნებული კანონზომიერების დადგენა, დამტკიცება - კვლევის შემდგომი უფრო მაღალი საფეხურია.

ასე მივიდნენ ადამიანები ჭეშმარიტების შემეცნების გზებსა და ხერხების ძიებამდე. გაჩნდა **ინდუქციისა და დედუქციის** მეთოდები.

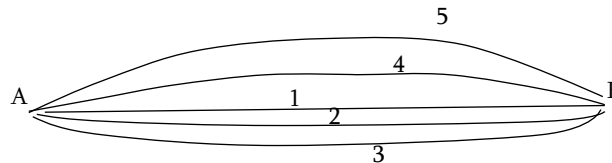
ჩვენი მიზანია, მოკლედ შევეხოთ **ინდუქციის** მეთოდს და მის გამოყენებას მათემატიკის სასკოლო კურსში.

ინდუქცია წარმოდგება ლათინური სიტყვიდან (induction), რაც ქართულად ნიშნავს აღძვრას, მიყვანას. პირველი მნიშვნელობით იგი გამოყენებულია ფიზიკაში, ხოლო მეორეთი - მათემატიკაში.

დ. პოიას განმარტებით: „ინდუქცია ჭეშმარიტების შემეცნების ერთ-ერთი ხერხია, რითაც ზოგადი კანონები მიიღება კერძო შემთხვევების დაკვირვებისა და დაპირისპირების გზით. ინდუქციის მეთოდით სარგებლობს ყველა მეცნიერება, მათ შორის მათემატიკაში“ [3; 92].

ვ. ბრადისი კი გვთავაზობს: „მათემატიკის განვითარების პირველ საფეხურებზე მათემატიკურ ჭეშმარიტებათა შემეცნების ერთადერთ წყაროს წარმოადგენს დაკვირვება და გამოცდილება გაერთიანებული ერთ ზოგად ცნებაში - ინდუქციაში“ [4; 26-27].

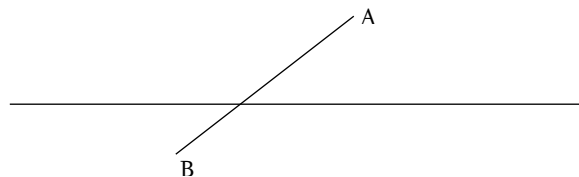
ადამიანი დაკვირვების საფუძველზე რწმუნდება, რომ 5 და 3 გვაძლევს 8-ს. უმოკლესი გზა ორწერტილს შორის არის სწორხაზოვანი. A და B წერტილებს შორის უმოკლესი გზაა (1).



თუ მოცემულია a წრფე და ამ წრფის სხვადასხვა მხარეს მადებარე A და B წერტილები, ცხადია, ადამიანი ინტუიციით ხვდება, რომ AB მონაკვეთი გადაკვეთს a წრფეს.

ყველა ეს დასკვნები ჩვენ გავაკეთეთ ინტუიციით, ყოველგვარი მტკიცების გარეშე.

მეცნიერებაში დებულებანი მტკიცდება არა ინტუიციით, არამედ მოვლენათა მიზეზობრივი კავშირის ახსნით. ასე მაგალითად „მზე ყოველდღე ამოდის“. ჩვენ რომ გვკითხონ: ვუპასუხებთ მზე ხვალაც ამოვა. მაგრამ იქიდან რომ მზე ყოველდღე ამოდის, სულაც არ გამომდინარეობს, რომ იგი ხვალაც ამოვა. ასტრონომი სულ სხვა არგუმენტირებულ პასუხს იძლევა: დედამიწის მზის ირგვლივ და თავის ღერძის



გარშემო მოძრაობით ასაბუთებს, რომ მზე ხვალაც ამოვა.

ინდუქციის მეთოდი პირველადია. იგი მისაწვდომია და გასაგებია მათთვისაც. ვინც იწყებს მათემატიკის შესწავლას. ინდუქცია არის კერძოდან ზოგადზე გადასვლა: ვაკვირდებით ერთ შემთხვევას და გამოგვაქვს დასკვნა; შემდეგ მეორე შემთხვევას და კვლავ იგივე დასკვნას, და ა.შ. და ბოლოს გამოვთქვამთ მოსაზრებას - მიღებულ წინადადებას ადგილი აქვს ყოველ მსგავს შემთხვევაში.

მოვიყვანოთ მარტივი მაგალითი, დაწყებითი საფეხურის მათემატიკაში, რომ: შესაკრებთა ადგილების შეცვლით ჯამი არ იცვლება.

ამ დასკვნის გამოსატანად, მოსწავლეებს ვაძლევთ კონკრეტულ მაგალითებს და იმ მაგალითების საფუძველზე ვაკეთებთ დასკვნას.

$$3+5=8 \quad \text{და} \quad 5+3=8$$

$$8+1=9 \quad \text{და} \quad 1+8=9$$

$$10+4=14 \quad \text{და} \quad 4+10=14$$

$$12+11=23 \quad \text{და} \quad 11+12=23$$

.....

$$a + b = b + a$$

მივიღებთ ზოგად წესს: შესაკრებთა ადგილების შეცვლით ჯამი არ იცვლება. ნათლად ჩანს, რომ ჩვენ აქ რამდენიმე კონკრეტული მაგალითების საფუძველზე გავაკეთეთ ზოგადი დასკვნა: $a + b = b + a$

ან კიდევ

$$12 \cdot 10 = 120$$

$$23 \cdot 100 = 2300$$

$$187 \cdot 10000 = 1870000$$

და ა.შ. ვაკეთებთ დასკვნას:

რიცხვი რომ თანრიგით რიცხვზე გავამრავლოთ, მას უნდა მივუწეროთ იმდენი ნული, რამდენი ნულიც არის თანრიგით რიცხვში.

ინდუქციის მეთოდით დაწყებით კლასებში შეიძლება დავადგინოთ კომბინატორიკის ელემენტების მარტივი წესები. განვიხილოთ:

ამოცანა 1.

რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება 2, 8 ციფრებისაგან თუ რიცხვში ციფრი გამოერდება? – 22, 88, 28, 82.

დავუკვირდეთ, მოცემული სიმრავლე {2,8} ორ ელემენტია. საძიებელი რიცხვების რაოდენობა $4 = 2^2 = 2 \cdot 2$.

ახლა განვიხილოთ სამ ელემენტია სიმრავლე.

ამოცანა 2. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება 2, 3, 5 ციფრებისაგან, თუ რიცხვში ციფრი გამოერდება? – 22, 33, 55, 23, 25, 32, 52, 53. აქაც თუ დავუკვირდებით, {2, 3, 5} სიმრავლის ელემენტთა რაოდენობაა 3, ხოლო საძიებელი რიცხვების რაოდენობა $9 = 3^2 = 3 \cdot 3$ და ა.შ. შეიძლება გავაკეთოთ დასკვნა:

მოცემული სიმრავლის ელემენტებისაგან შედგენილი ყველა წყვილის რაოდენობა, როცა წყვილში ელემენტის გამოერება შეიძლება, უდრის ამ სიმრავლის ელემენტების რაოდენობის თავისთავზე ნამრავლს. ე.ი. თუ ციფრთა სიმრავლე n ელემენტია, მაშინ მისგან შეიძლება შევადგინოთ ორნიშნა რიცხვები, სადაც დასაშვებია ციფრთა გამოერება, $n^2 = n \cdot n$ რაოდენობა.

რათა თქმა უნდა, ინდუქცია დამტკიცების მეთოდად არ გამოდგება. იგი ყოველთვის არ იძლევა ჭეშმარიტ შედეგს.

მიუხედავად ამისა, მათემატიკური თეორემებიდან ბევრი ინდუქციით არის აღმოჩენილი. ინდუქციით არის აღმოჩენილი რიცხვთა ბევრი თვისება, ასე მაგალითად, **ჰოლდბახის ცნობილი თეორემა:**

ყოველი მთელი, არაუარყოფითი რიცხვი, დაწყებული 6-დან, არის არაუმეტეს სამი მარტივი რიცხვის ჯამი.

მათემატიკის განვითარებაში ინდუქცია წინ უსწრებს დედუქციას, თუმცა არც ინდუქციაა პირველი სტადია. მას წინ უსწრებს უფრო შემოქმედებითი პროცესი. იმისთვის რომ რაიმე თვისება ინდუქციით შევამოწმოთ, ჯერ იგი უნდა შევამჩნიოთ. ჰოლდბახმა ჯერ შეამჩნია რიცხვთა ეს თვისება და შემდეგ ინდუქციით შეამოწმა.

მას შემდეგ, რაც აქსიომები გაჩნდა მათემატიკაში. მათემატიკა მთლიანად მტკიცებადი, დედუქციური ხდება. მაგრამ ეს არ ნიშნავს ინდუქციის უგულვებელყოფას. ინდუქციას უდიდესი მნიშვნელობა აქვს შემოქმედებითი პროცესის დროს.

„მათემატიკოსი თავის შემოქმედებით პროცესში არ შეიძლება ლოგიკით სარგებლობდეს - მის არსენალში არის ინტუიცია, ანალოგია, მოვლენათა მსგავსება, ე.ი. ინდუქცია“ [1].

მასწავლებლისათვის მეტად საყურადღებოა ეს ფაქტი. მან უნდა შეძლოს კონკრეტული მაგალითების საფუძველზე, კერძოდან მივიდეს ახალ დებულებამდე, ზოგად დასკვნამდე.

ცხადია, ამ შემოქმედებით პროცესში ეს გზა არ ემთხვევა აზრის იმ მსვლელობას, რომლითაც მათემატიკოსი ამტკიცებს უკვე ნაპოვნ დებულებას. ლოგიკას არ შეუძლია ახლის აღმოჩენა. ამდენად ლოგიკის საშუალებით შეიძლება დავასაბუთოთ უკვე აღმოჩენილი“ დებულება. ინდუქციის მეთოდი კი საშუალებას გვაძლევს კონკრეტული მაგალითების საფუძველზე აღმოვაჩინოთ ახალი თვისებები და დავადგინოთ საკითხებს შორის კავშირები.

ლიტერატურა:

1. იმერლიშვილი ე., მათემატიკის სწავლების ზოგადი მეთოდიკა - 2001 წ.
2. Клаин Б., Математика. Утрата определенности. 1980 г.
3. Д., Пойа., Как решать задачу 1959 г.
4. Брадис И.М., Методика преподавания математики в средней школе, 1949 г.

Manana Zivzivadze

Akaki Tsereteli state University

Kutaisi, Georgia

Induction in school mathematics

Abstract

The main goal of the third generation national curriculum is for the student to construct knowledge by himself. In this regard, it is very important for the teacher not to give the student a ready-made formula, rule, explanation. The student should be able to come to a new statement, to a general conclusion, based on specific examples.

In this creative process, this way does not coincide with the train of thought by which the mathematician proves the proposition already found. Logic cannot discover anything new. Thus, by means of logic, we can substantiate the “already discovered” statement. The method of induction allows us to discover new properties based on specific examples and establish connections between issues.