Georgian Scientists
ქართველი მეცნიერები
Vol. 8 Issue 2, 2026
https://doi.org/10.52340/gs.2026.08.02.65

ჰარმონიკული რიგების მიმდევრობების ვიზუალური ანალიზი ფაზორული და სინუსოიდური დიაგრამების საფუძველზე

გიორგი ჩხაიძე

საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

რეზიუმე

წინამდებარე ნაშრომში წარმოდგენილია თანამედროვე ელექტროენერგეტიკული სისტემების ერთ-ერთი უმთავრესი გამოწვევის - ჰარმონიკული დამახინჯებების კომპლექსური ანალიზი და მათი კლასიფიკაცია სიმეტრიულ მდგენელთა პერპექტივაში. კვლევის ფუნდამენტურ საფუძველს წარმოადგენს მათემატიკური მოდელირება Microsoft Excel-ის პროგრამულ გარემოში, სადაც დისკრეტული ანალიზის მეთოდის გამოყენებით (1000 საკონტროლო წერტილი ერთ პერიოდზე) შესწავლილია ჰარმონიკული მდგენელების გავლენა 50-ე რიგის ჰარმონიკის ჩათვლით. ნაშრომის მეცნიერულ სიახლესა და პრაქტიკულ ღირებულებას განსაზღვრავს ჰარმონიკული მრუდებისა და ფაზორული დიაგრამების ურთიერთკავშირის სიღრმისეული ანალიზი, რაც საშუალებას იძლევა დინამიკაში დავაკვირდეთ ფაზორულ ბრუნვასა და შესაძლო ასიმეტრიებს.

ჩატარებული კვლევით დასტურდება, რომ ჰარმონიკული შემადგენლობის გავლენა სისტემაზე ექვემდებარება მკაცრ ციკლურ კანონზომიერებას, რომელიც პირდაპირ კავშირშია მათ რიგითობასთან. ნაშრომში დეტალურადაა განხილული დადებითი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობების ფორმირების პრინციპები მათემატიკური ალგორითმების (3k + 1 ; 3K - 1 ; 3k) საფუძველზე. ნაშრომში წარმოდგენილი ვიზუალიზაცია და სისტემატიზებული მონაცემები ქმნის საიმედო მეთოდოლოგიურ ბაზას ელექტროენერგიის ხარისხის მონიტორინგის, ინტელექტუალური დიაგნოსტიკისა და ეფექტური ფილტრაციის სისტემების დაპროექტებისთვის, რაც კრიტიკულად მნიშვნელოვანია ელექტრო ენერგეტიკული სისტემის მდგრადი და საიმედო ფუნქციონირებისათვის.

საძიებო სიტყვები: ჰარმონიკული მდგენელები, სიმეტრიული მდგენელები, ფაზორული დიაგრამები, ელექტროენერგიის ხარისხი, არაწრფივი დატვირთვა, მათემატიკური მოდელირება.

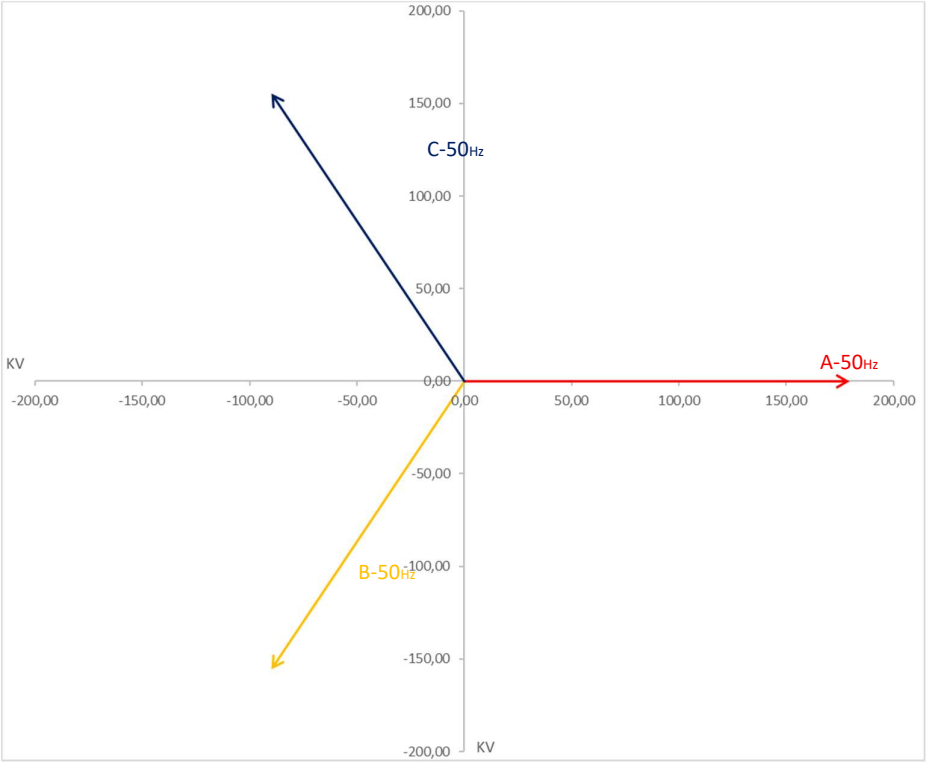
შესავალი

თანამედროვე ელექტროენერგეტიკულ სისტემებში ენერგიის ხარისხთან დაკავშირებული პრობლემები ერთ-ერთ მნიშვნელოვან ტექნიკურ გამოწვევად რჩება, განსაკუთრებით განახლებადი ენერგიის წყაროების ფართომასშტაბიანი ინტეგრაციის პირობებში [1]; [2] . ასეთ პრობლემებს მიეკუთვნება სინუსოიდური მრუდის დამახინჯება, სამფაზა სისტემის ასიმეტრიულობა, ძაბვის სწრაფი ფლუქტუაციები და სხვა მსგავსი მოვლენები, რომლებიც გავლენას ახდენს როგორც ქსელის მუშაობის სტაბილურობაზე, ისე მომხმარებლისთვის მიწოდებული ელექტროენერგიის ხარისხზე. აღნიშნული ეფექტები განსაკუთრებით მწვავედ ვლინდება ტოპოლოგიურად სუსტი და მოწყვლადი ელექტრული ქსელების პირობებში, სადაც გადაცემის ხაზების მოდელირების დეტალიზაციასა და მათ სიხშირულ მახასიათებლებს გადამწყვეტი მნიშვნელობა ენიჭება [6] . სწორედ ამიტომ, ენერგიის ხარისხის პრობლემების კვლევა, შეფასება და მათი გავლენის ანალიზი თანამედროვე ელექტრული სისტემების საიმედო და უსაფრთხო ფუნქციონირებისათვის კრიტიკულად მნიშვნელოვანია [5] .

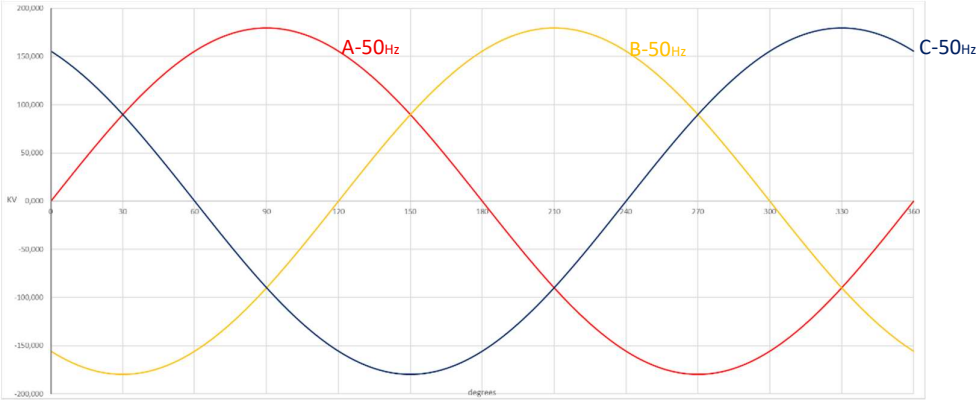
ელექტროენერგეტიკული სისტემა წარმოუდგენელია ცვლადი დენის სამფაზა სისტემის გარეშე, რომელიც თავისი მოქნილობისა და ეფექტურობის წყალობით, ელექტროენერგიის წარმოების, გადაცემისა და მოხმარების უალტერნატივო სტანდარტად იქცა [3] . იდეალურ პირობებში, სამფაზა სისტემა წარმოადგენს სრულყოფილ მათემატიკურ და ფიზიკურ სიმეტრიას. მისი ფუნდამენტური პრინციპი სამი ცვლადი სინუსოიდალური ძაბვის ერთობლიობას ეფუძვნება, რომელთაც იდენტური ამპლიტუდა და სიხშირე გააჩნიათ, ხოლო დროში ერთმანეთის მიმართ არიან წანაცვლებული 120°_იანი კუთხით. ეს გეომეტრიული სიზუსტე უზრუნველყოფს სისტემის ბალანსირებულ მდგომარეობას, სადაც ნებისმიერ დროის მომენტში სამივე ფაზის მყისიერი მნიშვნელობების ფაზორული ჯამი ნულის ტოლია. ფიზიკური თვალსაზრისით, ასეთი სისტემა საშუალებას იძლევა შეიქმნას მუდმივი სიდიდის მქონე მბრუნავი მაგნიტური ველი, რაც ელექტრული მანქანების მუშაობის საფუძველია.

ზემოაღნიშნული იდეალური მდგომარეობის თვალსაჩინოებისთვის, ნახაზ.1-სა და 2-ზე წარმოდგენილია 220 კვ. ძაბვის სისტემის ბალანსირებული ფაზორული და სინუსოიდალური დიაგრამები. ფაზორულ დიაგრამაზე მკაფიოდ ჩანს ფაზური ძაბვების თანაბარი სიდიდეები და მათ შორის არსებული 120°_იანი კუთხე, რაც სისტემის აბსოლუტურ სიმეტრიაზე მიუთითებს. შესაბამისად, დროით დიაგრამაზე ასახული სინუსოიდები ქმნიან ჰარმონიულ ერთობლიობას, სადაც ყოველი ფაზა იდენტური ამპლიტუდითა და ფორმით მეორდება, რაც წარმოადგენს ეტალონურ მაჩვენებელს ელექტროენერგიის ხარისხის შეფასების პროცესში თუმცა, რეალურ რეჟიმებში ჰარმონიკული ნაკადების გავრცელება და ხაზების პარამეტრების სიხშირული დამოკიდებულება მნიშვნელოვნად ცვლის ამ სურათს, რაც მოითხოვს ქსელის ელემენტების მაღალი სიზუსტით მოდელირებას [4] ; [6] .

ნაშრომში წარმოდგენილი კვლევის ვიზუალური მხარისა და გრაფიკული მასალის აღქმის გასამარტივებლად, გამოყენებულია ფაზების სტანდარტული ფერადი მარკირება. როგორც ნახაზ 1-ზე, ისე ნახაზ 2-ზე, A ფაზა აღნიშნულია წითელი ფერის ფაზორითა და შესაბამისი სინუსოიდით, B ფაზა გამოსახულია ყვითელი ფერით, ხოლო C ფაზა - ლურჯით. აღნიშნული ფერითი იდენტიფიკაცია უცვლელად იქნება შენარჩუნებული კვლევის ბოლომდე ყველა დიაგრამასა თუ გრაფიკზე, რაც საშუალებას გვაძლევს თვალსაჩინოდ მივადევნოთ თვალი თითოეული ფაზის მნიშვნელობებსა და მათ ცვლილებებს სხვადასხვა რეჟიმში.



ნახაზი 1 - იდეალური სამფაზა სისტემის სიმეტრიული ფაზორული დიაგრამა.



ნახაზი 2 - იდეალური სამფაზა სისტემის სიმეტრიული სინუსოიდალური დიაგრამა.

მიუხედავად იმისა, რომ თეორიულად სამფაზა სისტემა სრულყოფილ სიმეტრიას ეფუძნება, პრაქტიკულ ექსპლუატაციაში იდეალური ბალანსის შენარჩუნება პრაქტიკულად შეუძლებელია. რეალურ ელექტრულ ქსელებში მუდმივად ვხვდებით სხვადასხვა ტიპის ასიმეტრიებს, რაც გამოწვეულია როგორც დატვირთვის არათანაბარი განაწილებით ფაზებს შორის, ისე თავად ქსელის პარამეტრების არაიდენტურობით. ელექტროენერგიის ხარისხი, რომელიც თანამედროვე ენერგეტიკის ერთ-ერთი უმთავრესი გამოწვევაა, პირდაპირ არის დამოკიდებული იმაზე, თუ რამდენად ახლოსაა რეალური ძაბვისა და დენის მრუდები მათ ეტალონურ, სინუსოიდალურ ფორმასთან. ნებისმიერი გადახრა იწვევს დამატებით დანაკარგებს, აპარატურის ზედმეტ გახურებას და სისტემის მუშაობის საიმედოობის შემცირებას.

სინუსოიდის დამახინჯების წყაროები მრავალფეროვანია, თუმცა მათ შორის უმთავრესი ე.წ. არაწრფივი დატვირთვებია. თუ ადრეულ პერიოდში ელექტრული ქსელი ძირითადად წრფივი ელემენტებისგან (რეზისტორები, ინდუქციური ძრავები) შედგებოდა, დღეს დომინანტური როლი ნახევარგამტარულმა ტექნოლოგიებმა დაიკავა. ძალოვანი ელექტრონიკის განვითარებამ, მათ შორის სიხშირულმა გარდაქმნელებმა, უწყვეტი კვების წყაროებმა, მზის ინვერტორებმა და იმპულსურმა კვების ბლოკებმა, მნიშვნელოვნად შეცვალა დენის მოხმარების ხასიათი. ეს მოწყობილობები დენს ქსელიდან მოიხმარენ არა უწყვეტად, არამედ წყვეტილი, იმპულსური სახით, რაც იწვევს ძაბვის ვარდნას და ფორმის დამახინჯებას, რაც საბოლოო ჯამში ჰარმონიკული მდგენელების წარმოქმნის მიზეზი ხდება.

ჰარმონიკული დამახინჯებები წარმოადგენს რთულ პერიოდულ პროცესს, სადაც ფუნდამენტურ 50 ჰერცის სიხშირეს ემატება მისი ჯერადი სიხშირეები. ეს პროცესი სისტემაში იწვევს „ელექტრომაგნიტურ ხმაურს“, რომელიც აზიანებს მგრძნობიარე ელექტრონულ მოწყობილობებს, იწვევს საიზოლაციო მასალების ნაადრევ დეგრადაციას და ტრანსფორმატორების გულარას დამატებით მაგნიტურ დანაკარგებს. განსაკუთრებით საყურადღებოა ის ფაქტი, რომ ეს დამახინჯებები არ არის მხოლოდ ლოკალური პრობლემა, ისინი ვრცელდებიან მთელ ქსელში და გავლენას ახდენენ სხვა

მომხმარებლებზეც. სწორედ ამიტომ, ჰარმონიკული შემადგენლობის სიღრმისეული ანალიზი და მათი გამომწვევი მიზეზების კვლევა კრიტიკულად მნიშვნელოვანია ენერგოსისტემის მდგრადი და ეფექტური ფუნქციონირებისათვის, რაც საფუძვლად ედება მათ შემდგომ კლასიფიკაციას.

ელექტროენერგიის ხარისხის ანალიზის ფუნდამენტური მათემატიკური საფუძველია ფურიეს გარდაქმნის პრინციპი, რომლის თანახმადაც ნებისმიერი რთული პერიოდული სიგნალი, რაც არ უნდა დამახინჯებული იყოს მისი ფორმა, შეიძლება წარმოდგენილი იქნეს როგორც უმარტივესი სინუსოიდალური მდგენელების უსასრულო ჯამი. თითოეულ ამ მდგენელს გააჩნია საკუთარი ამპლიტუდა, სიხშირე და ფაზური წანაცვლება. ელექტროტექნიკაში ეს ნიშნავს, რომ ქსელში არსებული ნებისმიერი დამახინჯებული ძაბვის ან დენის ტალღა შეგვიძლია დავშალოთ ძირითად (ფუნდამენტურ) 50 ჰერცის სიხშირედ და მის ჯერად სიხშირეებად.

ჰარმონიკული დამახინჯებების კვლევისას ფურიეს ანალიზი საშუალებას გვაძლევს, დავინახოთ სიგნალის „უხილავი“ შინაარსი. მაგალითად, თუ ქსელში გვაქვს მე-3 ან მე-5 რიგის ჰარმონიკა, ეს ნიშნავს, რომ ძირითად ტალღაზე ზედდებულია 150 ჰერცისა (3x50) ან 250 ჰერცის (5x50) სიხშირის მქონე რხევები. რაც უფრო მეტია ასეთი მდგენელების რაოდენობა და მათი ამპლიტუდა, მით უფრო შორდება რეალური მრუდი იდეალურ სინუსოიდას. სწორედ ამ მათემატიკურ მოდელზე დაყრდნობით ხდება შესაძლებელი ფილტრაციის სისტემების დაპროექტება და სისტემის მუშაობაზე ნეგატიური გავლენის მქონე კონკრეტული რიგების იდენტიფიცირება.

წინამდებარე ნაშრომის მთავარ მიზანს წარმოადგენს ჰარმონიკული მდგენელების დეტალური კვლევა და მათი ფიზიკური თვისებების ანალიზი 50-ე რიგის ჩათვლით. ასეთი ფართო დიაპაზონის არჩევა განპირობებულია თანამედროვე ენერგოაუდიტის სტანდარტებით, რადგან მაღალი რიგის ჰარმონიკებს, მიუხედავად მათი შედარებით მცირე ამპლიტუდისა, შეუძლიათ გამოიწვიონ სპეციფიკური პრობლემები, როგორიცაა „ზედაპირული ეფექტი“ გამტარებში და რეზონანსული მოვლენები მაღალსიხშირულ დიაპაზონში. ჩვენს მიერ ჩატარებული ანალიზი მიზნად ისახავს თითოეული რიგის ჰარმონიკის ინდივიდუალური თვისებების შესწავლას, მათ გრაფიკულ ასახვას და საბოლოო კლასიფიკაციას, რაც საფუძვლად დაედება ელექტროენერგიის ხარისხის მართვის უფრო ეფექტურ სტრატეგიებს.

კვლევის მეთოდოლოგია და მათემატიკური მოდელირება

კვლევის პროცესში, ჰარმონიკული დამახინჯების ბუნებისა და მისი გავლენის იდენტიფიკაციის მიზნით, განხორციელდა სამფაზიანი ელექტრული სისტემის მათემატიკური მოდელირება პროგრამულ გარემოში (Microsoft Excel). კვლევის

ვალიდურობისთვის საწყის ეტაპზე აიგო იდეალური სიმეტრიული სისტემა, სადაც სამივე ფაზის ძაბვის მრუდები იდენტურია, ხოლო მათ შორის ფაზური წანაცვლება ზუსტად 120°_ს შეადგენს (ნახაზი_1;2).

გამოთვლების მაღალი სიზუსტისა და მრუდების მაქსიმალური გარჩევადობის უზრუნველსაყოფად, მოდელირებისას გამოყენებულ იქნა დისკრეტული ანალიზის მეთოდი. კერძოდ, ერთი სრული პერიოდის (360°) განმავლობაში აღებულ იქნა 1000 საკონტროლო წერტილი, რაც ნიშნავს, რომ გამოთვლები ხორციელდებოდა ყოველი 0.36°_იანი ბიჯით. თითოეული წერტილისთვის, ტრიგონომეტრიული ფუნქციების (Sin და Cos) გამოყენებით, განისაზღვრა შესაბამისი X და Y კოორდინატები დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში. მოდელის კოორდინატთა სათავედ მიჩნეულია სისტემის ნეიტრალური წერტილი.

ამ მეთოდოლოგიით მიღებული მონაცემთა მასივი ორმაგ ფუნქციას ასრულებს:

1. **ფაზორული დიაგრამისთვის:** თითოეული ფაზისთვის ყოველ ანგარიშში მიღებული კოორდინატები წარმოადგენენ ფაზორის ბოლო წერტილებს, რაც საშუალებას გვაძლევს დინამიკაში დავაკვირდეთ ფაზორულ ბრუნვასა და შესაძლო ასიმეტრიას.

2. **სინუსოიდალური დიაგრამისთვის:** მიღებული კოორდინატები განსაზღვრავენ ძაბვის მყისიერ მნიშვნელობებს დროის ფუნქციაში, რაც საფუძვლად უდევს რეალური, ჰარმონიკებით დამახინჯებული მრუდების გრაფიკულ აგებას.

აღნიშნული მიდგომა საშუალებას იძლევა, დეტალურად იქნას შესწავლილი მაღალი რიგის ჰარმონიკების (50-ე რიგის ჩათვლით) ზეგავლენა ფაზურ ძაბვებზე, ვინაიდან მაღალი სიმჭიდროვის წერტილოვანი მოდელი გამორიცხავს მნიშვნელოვანი დეტალების დაკარგვას ვიზუალიზაციის პროცესში.

კვლევის შემდეგ ეტაპზე განიხილება იდეალური 50 ჰერციანი სისტემის ურთიერთქმედება მეორე რიგის (100 ჰერცი) სიმეტრიულ ჰარმონიკულ მდგენელთან. ამ პროცესის მოდელირებისთვის გამოყენებულია ფაზორული სუპერპოზიციის პრინციპი, რაც საშუალებას გვაძლევს დავინახოთ ძაბვის მრუდის ფორმირების დინამიკა.

მათემატიკური მოდელის მიხედვით, ჯამური ფაზორის კოორდინატების გაანგარიშება ხდება შემდეგი ლოგიკით:

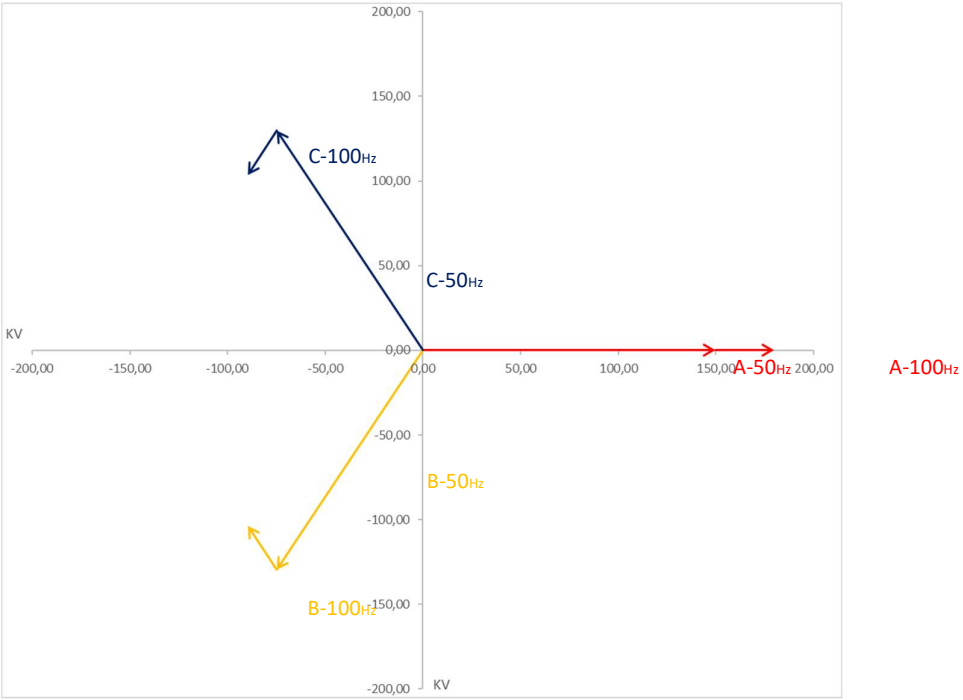
1. **ბაზისური ფაზორი:** A ფაზის ფუნდამენტური 50 ჰერციანი ფაზორი განსაზღვრავს ძირითად ტრაექტორიას.

2. **ჰარმონიკული მოდულაცია:** ძირითადი ფაზორის ბოლო წერტილი წარმოადგენს მეორე რიგის ჰარმონიკული ფაზორის ათვლის წერტილს (სათავეს).

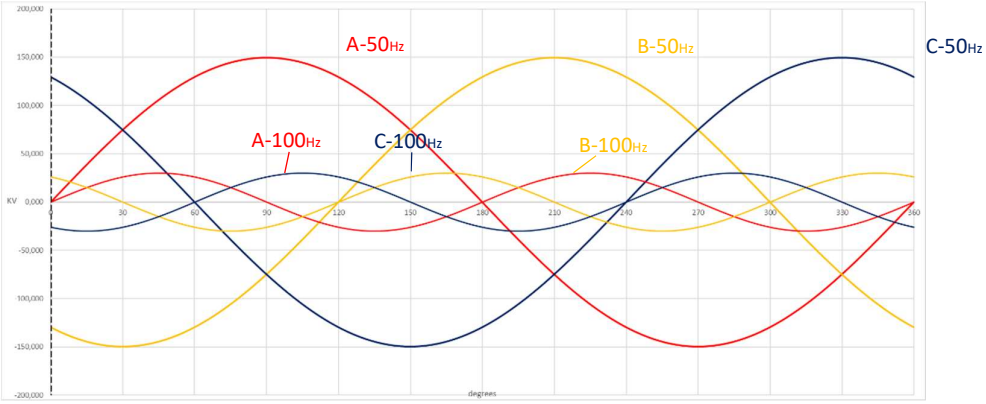
3. **ფარდობითი ბრუნვა:** ვინაიდან ჰარმონიკის სიხშირე ორჯერ აღემატება ფუნდამენტურს, მეორე რიგის ჰარმონიკული ფაზორი ბრუნავს ორჯერ მეტი კუთხური სიჩქარით ძირითადი ფაზორის დაბოლოების ირგვლივ.

შედეგად, ჯამური ძაბვის ფაზორის ბოლო წერტილი აღარ აღწერს იდეალურ წრეწირს. ის მოძრაობს რთული ტრაექტორიით, რომელიც წარმოადგენს ფუნდამენტური ფაზორის ბრუნვისა და მასზე დაშენებული მეორე რიგის ჰარმონიკის სიხშირის ვიბრაციის კომბინაციას. 100 ჰერციანი მდგენელი პერიოდულად ზრდის და ამცირებს ჯამური ფაზორის მყისიერ ამპლიტუდას, რაც სინუსოიდალურ დიაგრამაზე აისახება მრუდის ასიმეტრიული დამახინჯებით.

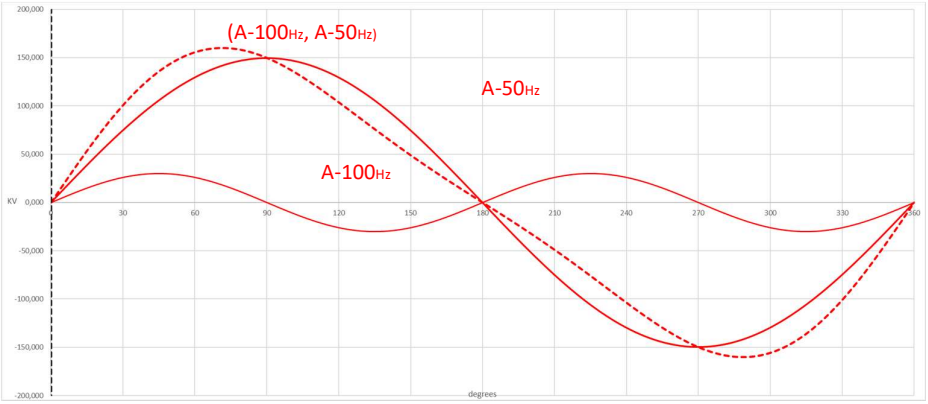
ნახაზ 3_ ზე არსებულ 100 ჰერციან ფაზორებზე დაკვირვებით ვხედავთ, რომ მათი ფაზათა თანმიმდევრობა განსხვავდება ფუნდამენტური 50 ჰერციანი მდგენელისგან: მეორე რიგის ჰარმონიკული მდგენელის A ფაზის ფაზორი ფიქსირდება 0°_ზე, B ფაზის ფაზორი A ფაზის მიმართ დაძრულია 240°_ ით ნაცვლად 120°_ ისა, ხოლო C ფაზა - 120°_ ით 240°_ ის ნაცვლად. აღნიშნული მოვლენა მიუთითებს იმაზე, რომ მეორე რიგის ჰარმონიკული მდგენელის ფაზათა თანმიმდევრობა საპირისპიროა ფუნდამენტურის მიმართ, რაც უფრო მკაფიოდაა გამოსახული ნახაზ 4_ზე, სადაც წარმოდგენილია იდენტური მნიშვნელობებით აგებული სინუსოიდალური დიაგრამის დროზე დამოკიდებულება.



ნახაზი 3 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და 2 რიგის 100 ჰერციანი ჰარმონიკული მდგენელების ფაზორული დიაგრამა



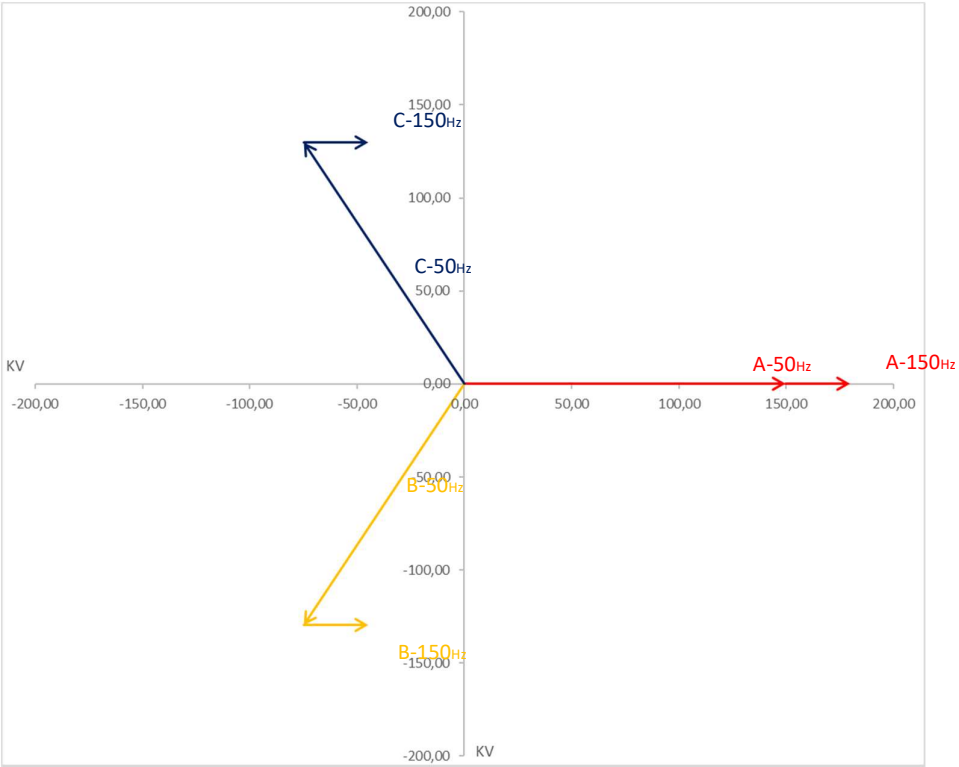
ნახაზი 4 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და 2 რიგის 100 ჰერციანი ჰარმონიკული მდგენელების სინუსოიდალური დიაგრამა



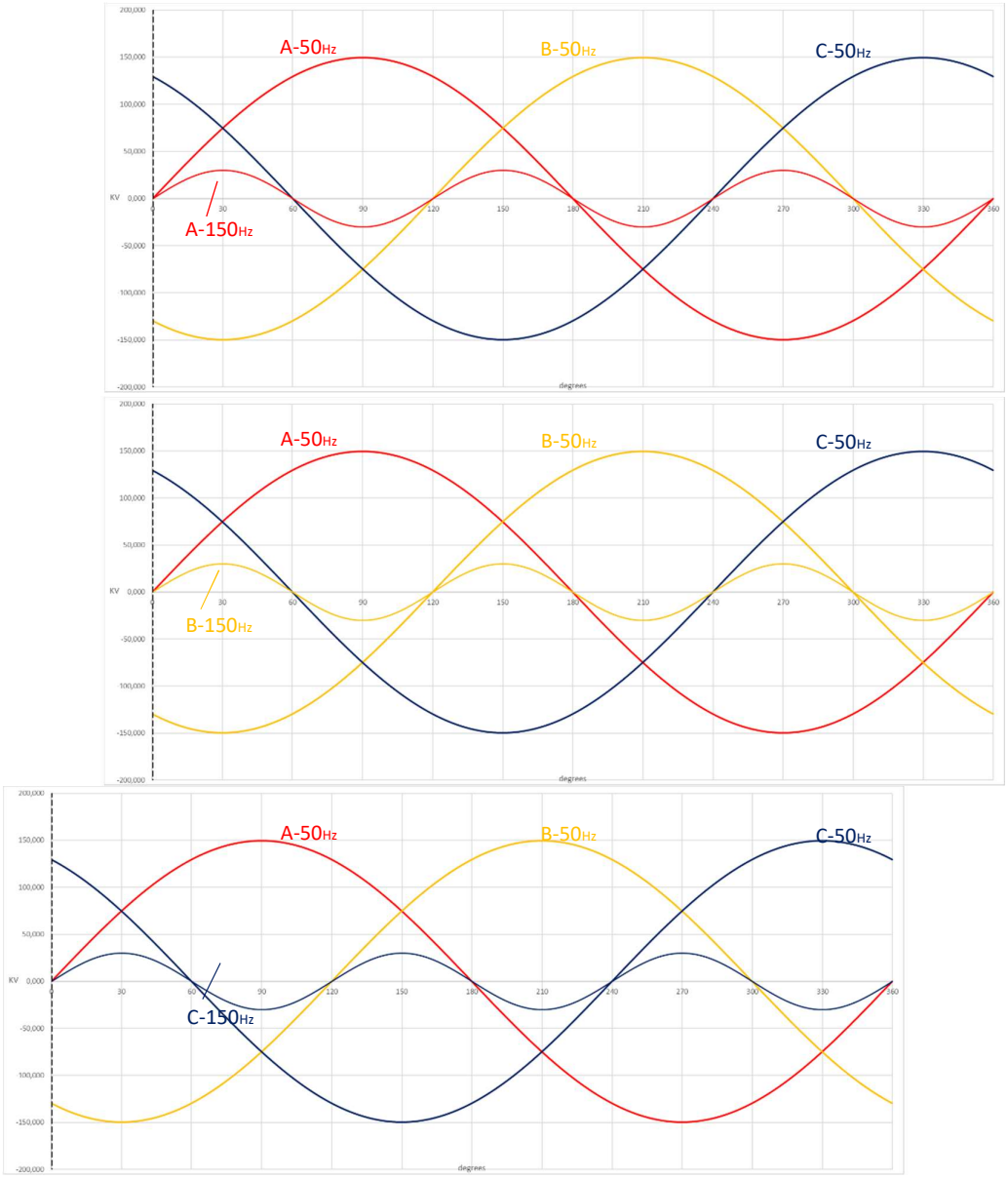
ნახაზი 5 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი, 2 რიგის 100 ჰერციანი ჰარმონიკული მდგენელისა და მათი სუპერპოზიციით მიღებული კომბინირებული სინუსოიდალური დიაგრამა.

კვლევის პროცესში გამოიკვეთა კიდევ ერთი ფუნდამენტური კანონზომიერება: მიუხედავად დაფიქსირებული უკუმიმდევრობისა, 100 ჰერციანი ჰარმონიკული მდგენელები, ისევე როგორც 50 ჰერციანი ფუნდამენტური სინუსოიდები, დროის ნებისმიერ მომენტში ერთმანეთს აბალანსებენ. მოდელირებამ აჩვენა, რომ მრუდების ფორმის დეფორმაციისა და ფაზებს შორის მყისიერი კუთხური რხევების მიუხედავად, სამივე ფაზის ჯამური მყისიერი მნიშვნელობების ალგებრული ჯამი ნებისმიერ წერტილში ნულის ტოლია.

კვლევის შემდეგ ეტაპზე განხილულია ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და მე-3 რიგის 150 ჰერციანი ჰარმონიკული მდგენელების ურთიერთქმედება. ნახაზ 6-ზე წარმოდგენილია აღნიშნული სიხშირეების ფაზორული დიაგრამა, სადაც თვალსაჩინოდ ჩანს მესამე რიგის ჰარმონიკის სპეციფიკური ბუნება: სამივე ფაზისთვის აღნიშნული მდგენელი ერთმანეთის იდენტურია როგორც ფაზორის სიგრძით (ამპლიტუდით), ისე ფაზური კუთხით. ამ მონაცემებზე დაყრდნობით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ სამივე ფაზის მესამე რიგის ჰარმონიკული მდგენელები დროის ნებისმიერ წერტილში ერთმანეთის ტოლი მნიშვნელობებით ხასიათდებიან. ეს ნიშნავს, რომ მათ შორის ფაზური წანაცვლება ნულის ტოლია, რაც მათემატიკურად ნულოვანი მიმდევრობის სისტემას წარმოადგენს.



ნახაზი 6 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და 3 რიგის 150 ჰერციანი ჰარმონიკული მდგენელების ფაზორული დიაგრამა



ნახაზი 7 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და 3 რიგის 150 ჰერციანი ჰარმონიკული მდგენელების სინუსოიდალური დიაგრამები

აღნიშნული კანონზომიერება კიდევ უფრო მკაფიოდ არის ასახული ნახაზ 7-ზე, სადაც წარმოდგენილია A, B და C ფაზების ფუნდამენტური და მესამე რიგის ჰარმონიკული მდგენელების სინუსოიდალური დიაგრამები. გრაფიკულ გამოსახულებაზე ნათლად ჩანს თითოეული ფაზის მესამე ჰარმონიკის მყისიერი მნიშვნელობების სრული იდენტურობა დროის ნებისმიერ მომენტში. ეს ნიშნავს, რომ განსხვავებით ფუნდამენტური მდგენელებისგან, რომლებიც დროში ფაზურად წანაცვლებულნი არიან, მესამე რიგის ჰარმონიკები სამივე ფაზაში სინქრონულად აღწევენ მაქსიმუმს და მინიმუმს.

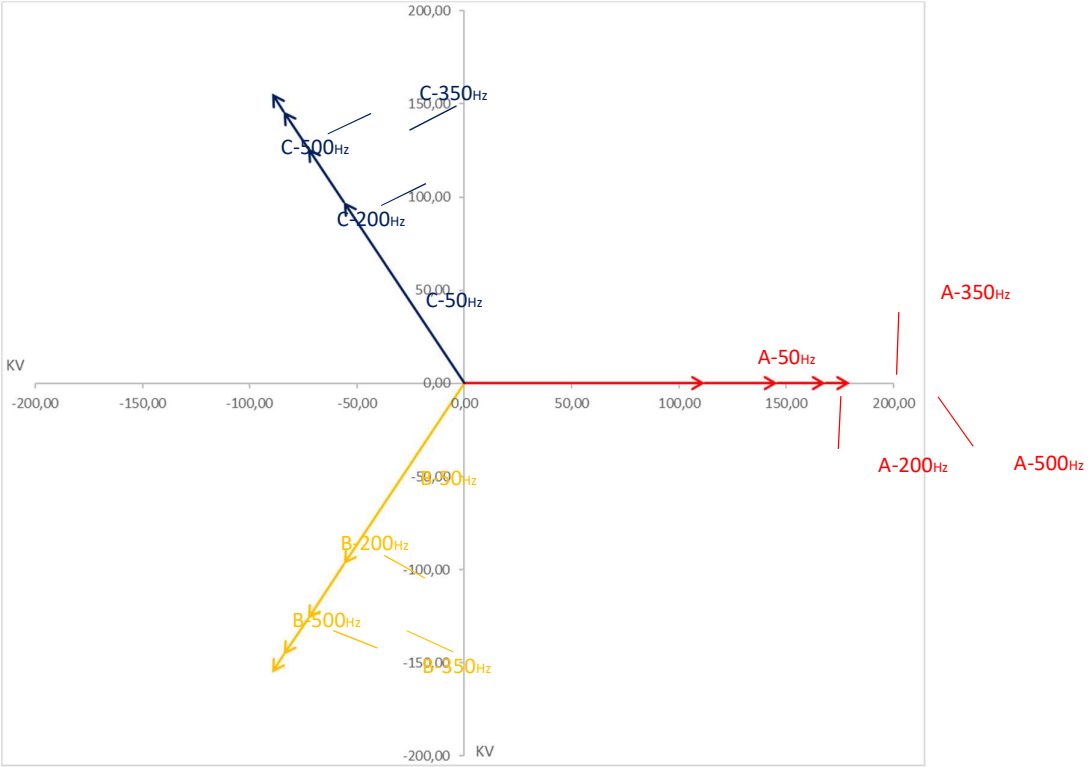
მათემატიკური მოდელირების ეს შედეგი ადასტურებს, რომ მესამე რიგის ჰარმონიკა წარმოადგენს ნულოვანი მიმდევრობის სისტემას. ამ მოვლენას გადამწყვეტი პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს ელექტროენერგეტიკაში, ვინაიდან ასეთ რეჟიმში ჰარმონიკული მდგენელები არა ურთიერთგაბათილების, არამედ ალგებრული დაჯამების პრინციპით მოქმედებენ, რაც იწვევს ნეიტრალურ სადენში ჯამური დენის მკვეთრ ზრდას.

ჩატარებული კვლევის შედეგად მიღებული გრაფიკული გამოსახულებები სრულიად იდენტურია ფურიეს მეთოდით შესრულებული თეორიული გაანგარიშებებისა. მოდელირებისა და ანალიტიკური გათვლების ასეთი ზუსტი თანხვედრა ადასტურებს, რომ შერჩეული მეთოდოლოგიით მიღებული შედეგები და მათ საფუძველზე ჩამოყალიბებული დასკვნები სრულიად საფუძვლიანი, ვალიდური და რენტაბელურია. აღნიშნული მიდგომა იძლევა საშუალებას, მაღალი საიმედოობით იქნას პროგნოზირებული რთული ჰარმონიკული შემადგენლობის მქონე ელექტრული სისტემების ქცევა რეალურ საექსპლუატაციო პირობებში.

მესამე რიგის ჰარმონიკის ანალიზის შემდეგ, კვლევა ანალოგიური მეთოდოლოგიით გაგრძელდა მაღალი რიგის მდგენელებისთვის 50-ე ჰარმონიკის ჩათვლით. გამოთვლებმა აჩვენა, რომ ჰარმონიკული მდგენელების ზეგავლენა სისტემაზე არ არის ქაოსური და ექვემდებარება მკაცრ ციკლურ კანონზომიერებას, რომელიც პირდაპირ კავშირშია მათ რიგითობასთან. კერძოდ, გამოიკვეთა ფაზური მიმდევრობების მონაცვლეობის ციკლი, სადაც ყოველი მომდევნო ჰარმონიკა იმეორებს დადებითი, უკუ ან ნულოვანი მიმდევრობის თვისებებს.

ჰარმონიკული მდგენელების დეტალური ანალიზისას, პირველ რიგში, ყურადღებას იქცევს **დადებითი (პირდაპირი) მიმდევრობის** ჯგუფი (n = 1, 4, 7, 10, ...). აღნიშნული კანონზომიერებით დასტურდება, რომ n = 3k+1 (სადაც k ნატურალური რიცხვია) რიგის ჰარმონიკები წარმოადგენენ დადებით (პირდაპირ) მიმდევრობას. ჩატარებულმა მოდელირებამ აჩვენა, რომ ამ ჯგუფში შემავალი ყველა ჰარმონიკისთვის ფაზური წანაცვლება ნარჩუნდება ფუნდამენტური მდგენელის ანალოგიურად: A ფაზის მიმართ B ფაზა დაძრულია 120°_ით, ხოლო C ფაზა - 240°_ით.

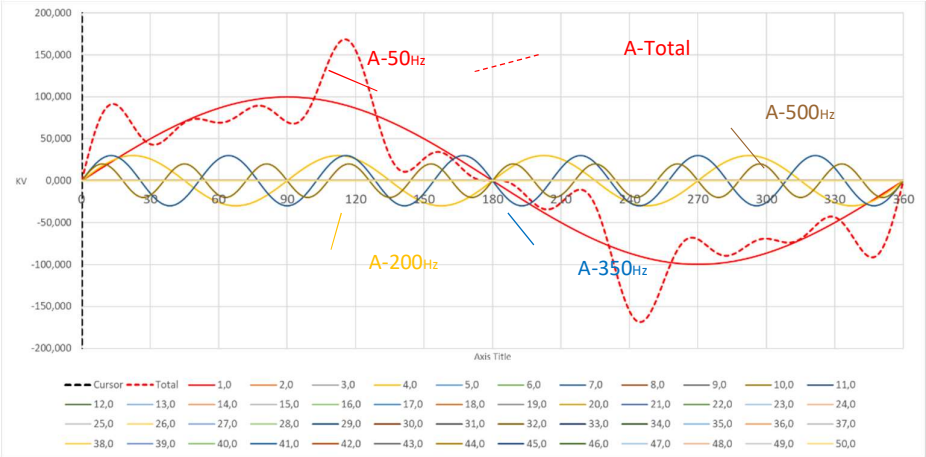
როგორც წარმოდგენილ ნახაზ 8_ზე ვხედავთ, მიუხედავად სიხშირეების ზრდისა, ამ რიგის ჰარმონიკების ფაზორული გამოსახულებები ფაზური კუთხით ერთმანეთის იდენტურია. ეს ნიშნავს, რომ ისინი ქმნიან ძირითადი ველის მიმართულებით მბრუნავ მაგნიტურ ნაკადებს. აღნიშნული ჰარმონიკების ფაზორული ერთგვაროვნება თვალსაჩინოდ ადასტურებს, რომ n=3k+1 ფორმულის მქონე ნებისმიერი მდგენელი სისტემაში მოქმედებს როგორც დადებითი მიმდევრობის მატარებელი, რაც სინუსოიდალურ დიაგრამაზე აისახება მრუდის სიმეტრიული, თუმცა მაინც დამახინჯებული ფორმით.



ნახაზი 8 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და (4;7;10) რიგის ჰარმონიკული მდგენელების ფაზორული დიაგრამა

მიუხედავად იმისა, რომ თითოეული განხილული ჰარმონიკა ინდივიდუალურად დადებითი მბრუნავი მაგნიტური ველით ხასიათდება, ოთხივე სიხშირის (ფუნდამენტური, მე-4, მე-7 და მე-10 რიგის) ერთობლიობა სისტემისათვის მნიშვნელოვან უარყოფით გავლენას აგენერირებს. მათი ფაზორული ჯამი რადიკალურად ცვლის სინუსოიდალური დიაგრამის საწყის ფორმას, რაც იწვევს ძაბვის მრუდის მკვეთრ დეფორმაციას.

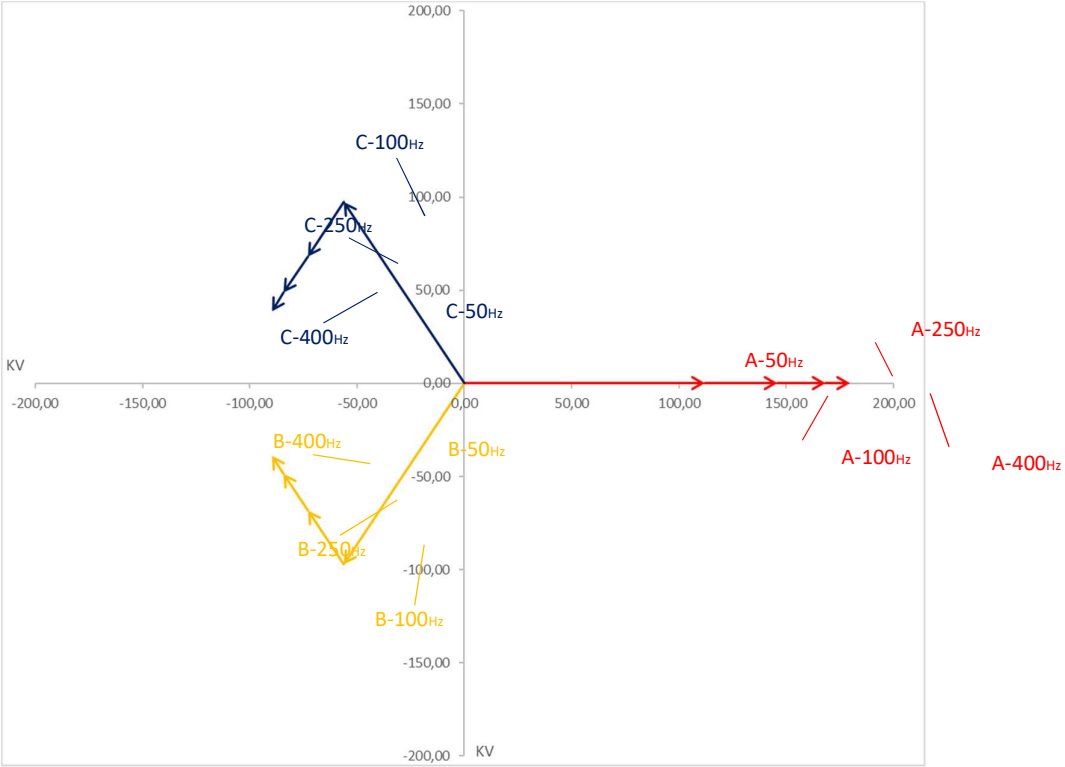
ნახაზ 9-ზე ნათლად არის წარმოდგენილი ფუნდამენტური და n=3k+1 კანონზომიერების მქონე ჰარმონიკული მდგენელების (4-ე, 7-ე და 10-ე რიგის) ურთიერთქმედება. გრაფიკზე წითელი წყვეტილი მრუდით გამოსახულია მათი ჯამური მნიშვნელობა, რაც თვალსაჩინოს ხდის, თუ როგორ აკუმულირდება სხვადასხვა სიხშირის მაღალი რიგის ჰარმონიკები და როგორ გარდაქმნიან ისინი იდეალურ სინუსოიდას რთული ფორმის პერიოდულ სიგნალად. აღნიშნული ვიზუალიზაცია ადასტურებს, რომ მაშინაც კი, როდესაც ჰარმონიკები ფაზურად თანხვედრილია (დადებითი მიმდევრობა), მათი ჯამური ზემოქმედება მაინც კრიტიკულად აუარესებს ელექტროენერგიის ხარისხობრივ მაჩვენებლებს.



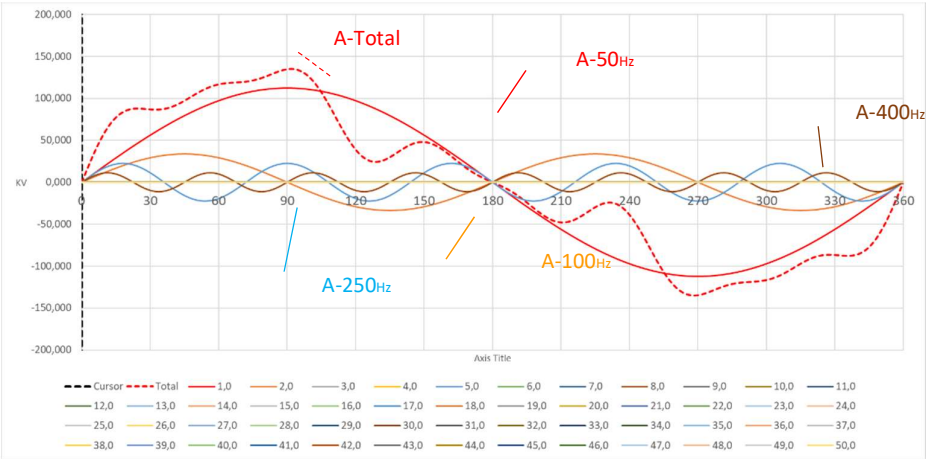
ნახაზი 9 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და (4;7;10) რიგის ჰარმონიკული მდგენელების სინუსოიდალური დიაგრამა

ანალოგიური პრინციპით განხორციელდა კვლევა **უკუმიმდევრობის** ჯგუფის ჰარმონიკებზე (n = 2, 5, 8, ...). მათემატიკური მოდელირებით დასტურდება, რომ n = 3k-1 (სადაც k ნატურალური რიცხვია) რიგის ჰარმონიკები ყოველთვის წარმოადგენენ უკუმიმდევრობის სისტემას. ამ ჯგუფში შემავალი მდგენელებისთვის დამახასიათებელია ფაზების სპეციფიკური განლაგება: B და C ფაზების ფაზორები „ადგილებს უცვლიან“ ერთმანეთს, რაც ნიშნავს, რომ B ფაზა დაძრულია 240°_ით, ხოლო C ფაზა - 120°_ით.

ნახაზ 10-ზე წარმოდგენილია მე-2, მე-5 და მე-8 რიგის ჰარმონიკების ფაზორული დიაგრამები, სადაც ნათლად ჩანს მათი იდენტური ბუნება. მიუხედავად იმისა, რომ თითოეული მათგანი განსხვავებული სიხშირით ხასიათდება, მათი ფაზური ურთიერთგანლაგება უცვლელია და საპირისპიროა ფუნდამენტური მდგენელისა. ენერგოსისტემის თვალსაზრისით, 3k-1 ფორმულის მქონე ჰარმონიკების ერთობლიობა ქმნის საპირისპიროდ მბრუნავ მაგნიტურ ველს, რაც იწვევს ელექტრული მანქანების დამუხრუჭებას, ვიბრაციას და მნიშვნელოვან ენერგეტიკულ დანაკარგებს. მათი სუპერპოზიციის შედეგად მიღებული ჯამური მრუდი კი, რომელიც ნახაზ 11-ზეა გამოსახული, კიდევ უფრო ამწვავებს ძაბვის სინუსოიდის ასიმეტრიულ დამახინჯებას.



ნახაზი 10 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და (2;5;8) რიგის ჰარმონიკული მდგენელების ვექტორული დიაგრამა

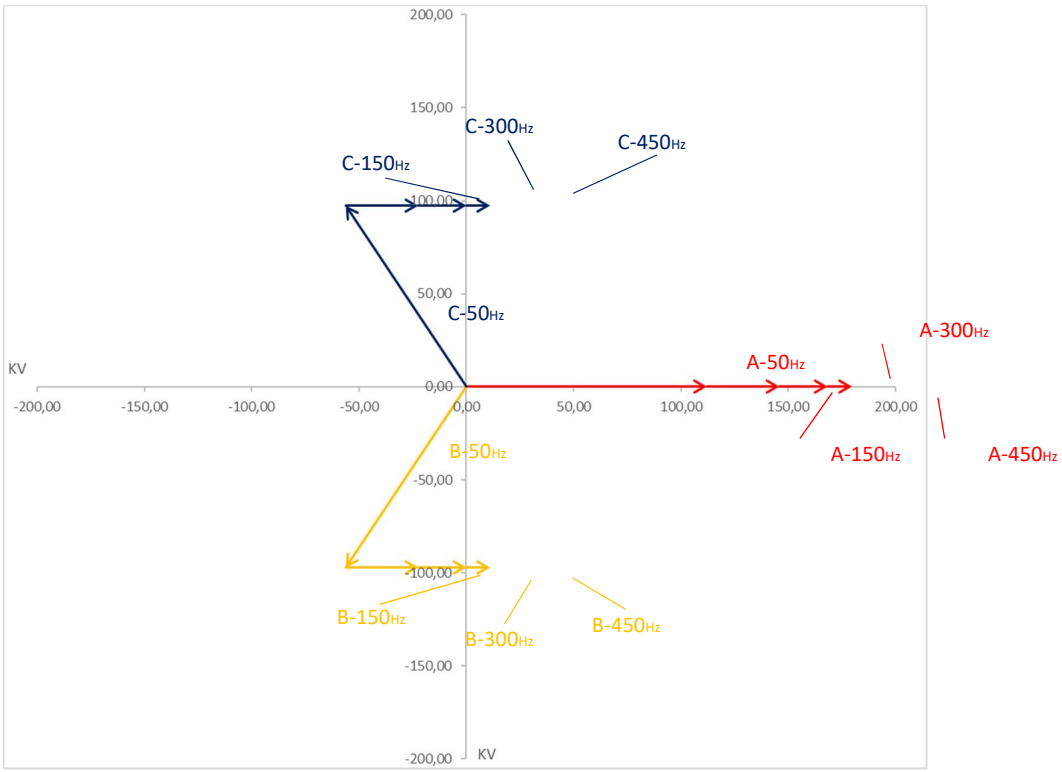


ნახაზი 11 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და (2;5;8) რიგის ჰარმონიკული მდგენელების სინუსოიდალური დიაგრამა

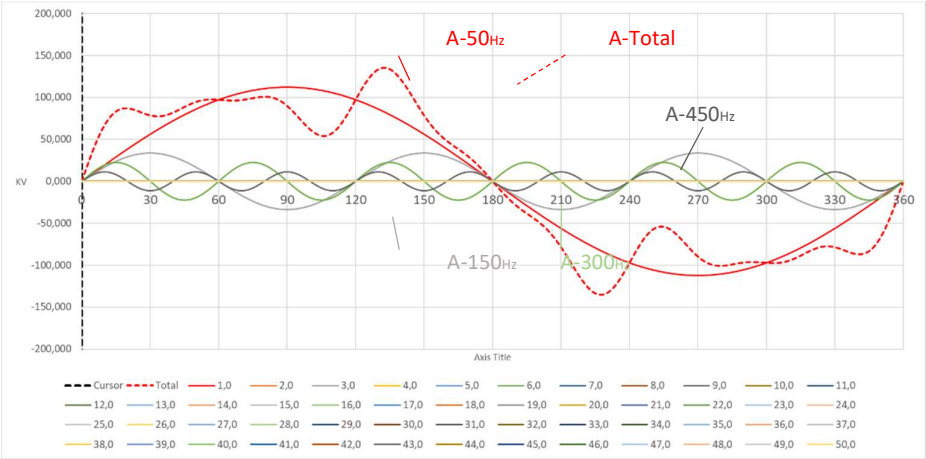
და ბოლოს, რაც შეეხება ნულოვან მიმდევრობებს, აქ კვლევა გადადის ყველაზე სპეციფიკურ ჯგუფზე (n = 3, 6, 9, ...). მათემატიკური ანალიზით დასტურდება, რომ n = 3k (სადაც k ნატურალური რიცხვია) რიგის ჰარმონიკები წარმოადგენენ ნულოვანი

მიმდევრობის სისტემას. ამ ჯგუფის მთავარი მახასიათებელი ისაა, რომ სამივე ფაზის ფაზორი ერთმანეთს ემთხვევა, მათ შორის ფაზური წანაცვლება 0°_ის ტოლია, რაც იმას ნიშნავს, რომ ისინი დროის ნებისმიერ მომენტში ერთი მიმართულებით მოქმედებენ.

ნახაზ 12-ზე წარმოდგენილია მე-3, მე-6 და მე-9 რიგის ჰარმონიკების ფაზორული დიაგრამები, სადაც ნათლად ჩანს მათი სრული ფაზური თანხვედრა. განსხვავებით წინა ჯგუფებისგან, 3k ფორმულის მქონე ჰარმონიკები არ ქმნიან მბრუნავ მაგნიტურ ველს. ნაცვლად ამისა, მათი მყისიერი მნიშვნელობები ალგებრულად იკრიბება ნეიტრალურ სადენში.



ნახაზი 12 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და (3;6;9) რიგის ჰარმონიკული მდგენელების ფაზორული დიაგრამა



ნახაზი 13 - ფუნდამენტური 50 ჰერციანი და (3;6;9) რიგის ჰარმონიკული მდგენელების სინუსოიდალური დიაგრამა

ჩატარებულმა კომპლექსურმა კვლევამ და მიღებული მონაცემების სტატისტიკურმა დამუშავებამ სრულად დაადასტურა ჰარმონიკული რიგების გავრცელების ჭეშმარიტი კანონზომიერება სიმეტრიული მდგენელების სისტემაში. 50-ე რიგის ჩათვლით განხორციელებული დეტალური ანალიზის შედეგები სისტემატიზებულია და მოყვანილია №1 ცხრილში.

აღნიშნულ ცხრილში მკაფიოდ არის წარმოდგენილი თითოეული რიგის ჰარმონიკის შესაბამისი მათემატიკური გამოსახულება და მდგენელის დასახელება (პირდაპირი, უკუ ან ნულოვანი მიმდევრობა). მონაცემთა ამგვარი სტრუქტურირება მკვეთრად ამარტივებს კონკრეტული რიგის ჰარმონიკის მიხედვით შესაბამისი მიმდევრობის სწრაფ იდენტიფიცირებას.

წინამდებარე კლასიფიკაცია წარმოადგენს პრაქტიკულ ინსტრუმენტს ინჟინერ-მკვლევარებისთვის, რათა ოპერატიულად დაისვას სისტემის „დიაგნოზი“, შეფასდეს თითოეული მდგენელის გავლენა ქსელის მუშაობაზე და დროულად იქნას მიღებული საჭირო ზომები ელექტროენერგიის ხარისხის ოპტიმიზაციისა და დანადგარების უსაფრთხო ექსპლუატაციისთვის.

მდგენელის დასახელება	**მათემატიკური გამოსახულება**	**ჰარმონიკის რიგები n**																
პირდაპირი მიმდევრობა	n=3k+1	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34	37	40	43	46	49
უკუ მიმდევრობა	n=3k-1	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47	50
ნულოვანი მიმდევრობა	n=3k	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	…

ცხრილი 22 - ჰარმონიკული მდგენელების რიგების კანონზომიერება პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობებისთვის

დასკვნა

ჩატარებული კვლევა ეფუძნება სიმეტრიული მდგენელების ცნობილ თეორიულ პრინციპს, რომლის მიხედვითაც ჰარმონიკული რიგები სამფაზა სისტემაში პირდაპირი, უკუ და ნულოვანი მიმდევრობების მიხედვით ჯგუფდება. ნაშრომის მიზანი არ არის აღნიშნული კანონზომიერების როგორც ახალი თეორიული შედეგის წარმოდგენა; მისი მთავარი ღირებულებაა ამ კანონზომიერების ვიზუალური, მოდელური და საინჟინრო ინტერპრეტაცია ჰარმონიკული მრუდებისა და ფაზორული დიაგრამების ურთიერთკავშირის საფუძველზე.

კვლევის ფარგლებში Microsoft Excel-ის გარემოში განხორციელებული დისკრეტული მოდელირება საშუალებას იძლევა ერთსა და იმავე ჰარმონიკულ მდგენელზე დაკვირვება მოხდეს როგორც დროით არეში, ისე ფაზორულ სიბრტყეში. ამ მიდგომით უფრო თვალსაჩინოდ ჩანს, თუ როგორ იცვლება ფაზათა ურთიერთგანლაგება სხვადასხვა რიგის ჰარმონიკისთვის და როგორ აისახება ეს ძაბვის ან დენის მრუდის ფორმაზე. შესაბამისად, ნაშრომი ცნობილ თეორიულ კანონზომიერებას გარდაქმნის პრაქტიკულად აღსაქმელ ვიზუალურ მოდელად.

მიღებულმა შედეგებმა დაადასტურა, რომ n=3k+1 რიგის ჰარმონიკები შეესაბამება პირდაპირ მიმდევრობას, n=3k−1 რიგის ჰარმონიკები - უკუ მიმდევრობას, ხოლო n=3k რიგის ჰარმონიკები - ნულოვან მიმდევრობას. თუმცა ნაშრომის ძირითადი აქცენტი გაკეთებულია არა მხოლოდ ამ დაჯგუფებაზე, არამედ იმაზე, თუ როგორ ვლინდება თითოეული ჯგუფის ფიზიკური ეფექტი ფაზორულ დიაგრამებსა და სინუსოიდალურ მრუდებში. ასეთი მიდგომა ამარტივებს ჰარმონიკული დამახინჯებების ბუნების გაგებას და ქმნის სასარგებლო საფუძველს როგორც სასწავლო პროცესისთვის, ისე ელექტროენერგიის ხარისხის ანალიზისთვის.

მიღებული მოდელი შეიძლება განხილულ იქნეს როგორც დამხმარე ანალიტიკური ინსტრუმენტი ელექტროენერგიის ხარისხის კვლევაში. იგი განსაკუთრებით სასარგებლოა იმ შემთხვევებში, როდესაც საჭიროა ჰარმონიკული რიგების არა მხოლოდ რიცხვითი შეფასება, არამედ მათი ფაზური ქცევისა და სისტემაზე შესაძლო ზემოქმედების ახსნა. ამგვარი მიდგომა ხელს უწყობს ჰარმონიკული პროცესების უკეთ ინტერპრეტაციას, პრობლემური მდგენელების იდენტიფიცირებას და შესაბამისი ტექნიკური ღონისძიებების დაგეგმვას.

გამოყენებული ლიტერატურა

[1] Elizarashvili, T., Arziani, G., & Kvatadze, B. (2022). Renewable energy hybrid mini-grid concept for rural electrification in Georgia. In Proceedings of the CIGRE Paris Session 2022 (Paper No. C6-11119_2022).

[2] Elizarashvili, T., & Arziani, G. (2022). FACTS with energy storage for renewable integration in the Georgian power system. In Proceedings of the CIGRE Paris Session 2022 (Paper No. B4-11120_2022). CIGRE.

[3] K. Bakič, SEERC CIGRE History: Early Electrification and Empowerment of Region

where Current Electricity was Born. Ljubljana, Slovenia: Slovenian Association of

Electric Power Engineers CIGRE&CIRED, 2020.

[4] Arziani, G., Kvatadze, B., Baramidze, L. (2023). Analyzing the Behavior of PI

Section and T Section High Voltage Line Models in Harmonic Load Flow. Georgian

Scientists, 5(4), 177–187. https://doi.org/10.52340/gs.2023.05.04.16

[5] G. Arziani and T. Elizarashvili, “FACTS for effective DER integration into the

Georgia distribution grids," Turk J Electr Power Energy Syst., 2025; 5(2), 105-113.

Published online May 5, 2025. https://doi.org/10.5152/tepes.2025.24036

[6]. G. Arziani and G. Chkhaidze, "The Impact of the Level of Detail in the Distributed Parameter Model of a Transmission Line on Its Frequency Characteristics", GS, vol. 7, no. 2, pp. 493–502, Jun. 2025. https://doi.org/10.52340/gs.2025.07.02.44

Complex Analysis and Structural Classification of Harmonic Composition Based on the Interconnection of Harmonic Curves and Vector Diagrams

Giorgi Chkhaidze

Abstract

This paper presents a comprehensive analysis and classification of harmonic distortions—one of the primary challenges in modern power systems—from the perspective of symmetrical components. The fundamental basis of the research is mathematical modeling developed within the Microsoft Excel software environment, where the impact of harmonic components up to the 50th order is investigated using the discrete analysis method (1000 control points per period). The scientific novelty and practical value of the study are defined by an in-depth analysis of the correlation between harmonic curves and phasor diagrams, which enables the dynamic observation of phasor rotation and potential asymmetries.

The conducted research confirms that the impact of harmonic content on the system follows a strict cyclical pattern directly related to their order. The paper provides a detailed discussion on the principles of forming positive, negative, and zero sequences based on mathematical algorithms ($3k + 1$; $3k - 1$; $3k$). The visualization and systematized data presented in this work establish a reliable methodological framework for power quality monitoring, intelligent diagnostics, and the design of effective filtration systems, which are critically essential for the sustainable and reliable operation of the electrical power system.

Keywords: Harmonic components, Symmetrical components, Phasor diagrams, Power quality, Non-linear load, Mathematical modeling.