



Ш. И. Ониани, О. А. Ланчава, Б. З. Гвретишвили

### Моделирование Теплопереноса в Горном Массиве на Интеграторе БУСЭ-70

При решении инженерных задач по тепломассообмену в горных выработках часто возникают практически неразрешимые -математические трудности. Поэтому в подобных случаях прибегают к методам моделирования. Как известно, моделированием на интеграторе БУСЭ-70 можно решать нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка с частными производными (1). В основу решения задач положен конечно-разностный метод, характеризующийся некоторой приближенностью.

Целью настоящей работы является разработка практических рекомендаций по получению заданной степени приближения при моделировании. Путем сопоставления известных точных решений элементарных задач теплопроводности с результатами их моделирования можно выявить признаки, подтверждающие корректность выбора масштаба времени и "разбивки" моделируемой среды на отдельные зоны.

Рассмотрим следующую элементарную задачу: дан неограниченный цилиндр, состоящий из горной породы с равномерной начальной температурой  $t=0^{\circ}\text{C}$  и эквивалентным радиусом  $R_0$ . В начальный момент времени он помещен в неограниченную горную среду с равномерной температурой  $t_0=30^{\circ}\text{C}$ . Физические свойства цилиндрического горного массива и среды одинаковы ( $\lambda=2,1$  Вт/м.град;  $q=83,3 \cdot 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/с;  $C=2300$  кДж/м<sup>3</sup>.град.  $\gamma_0=1096$  кг/м<sup>3</sup>).

Нагревание цилиндра происходит только за счет тепловой энергии среды т.е. перенос осуществляется только теплопроводностью. Требуется найти распределение температуры в системе цилиндр-среда в любой момент времени. Задача симметричная относительно оси цилиндра.

Решение поставленной задачи относительно безразмерной температуры имеет вид [2]

$$\theta = \frac{t(r, z) - t}{t_0 - t} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n j_0 \left( \mu_n \frac{r}{R_0} \right) \exp \left( -\mu_n^2 \frac{az}{R_0^2} \right), \quad (1)$$

где

$$A_n = \frac{2}{\mu_n j_1(\mu_n)} \quad (2)$$

$t(r, z)$  - текущая температура окружающей среды по радиальному направлению в ортогональной плоскости оси симметрии;

$z$  - цилиндрическая координата в среде;

$j_0, j_1$  - функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков соответственно;  
 $\mu$  - аргумент фундаментальной Функции;  $z$  - время.

Моделирование производится по радиальному направлению в ортогональной плоскости оси симметрии.

Как известно (1) при моделировании на интеграторе БУСЭ-70 задаются интервалами времени, внутри которых искомую величину находят для средних значений физических параметров задачи, в данной работе приводятся результаты 12 контрольных задач для четырех

интервалов времени ( $\delta_z=336;672; 1008; 1344z$ ) в двух вариантах. В обоих вариантах был смоделирован горный массив с одиноковыми физическими свойствами. В первом случае был смоделирован горный массив с радиусом 115 м с 13 узлами на блоках интегратора, а во втором случае радиус равнялся 33,6 м с 8 узлами.

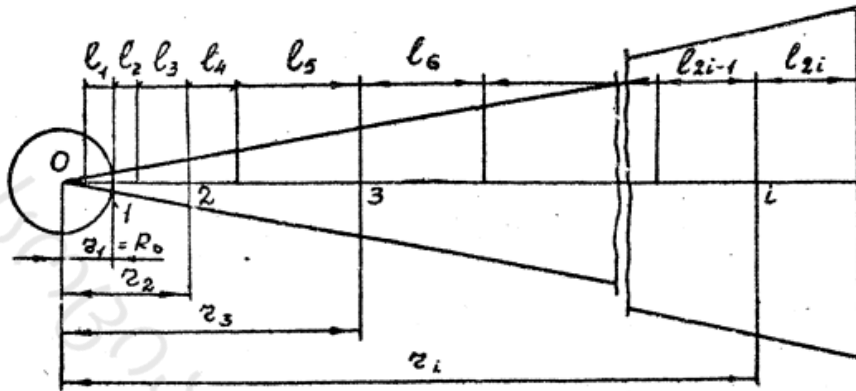


Рис.1. Принципиальная схема "разбивки" горного массива на отдельные зоны. I вариант:  $i=13$ ,  $l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 0,25$ ;  $l_5 = l_6 = 0,75$ ;  $l_7 = l_8 = l_9 = l_{10} = 1,25$ ;  $l_{11} = l_{12} = l_{13} = l_{14} = 1,75$ ;  $z_{13} = 115$ . II вариант:  $i=8$ ;  $l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 0,1$ ;  $l_5 = l_6 = 0,75$ ;  $l_7 = l_8 = 2,6$ ;  $l_9 = l_{10} = l_{11} = l_{12} = l_{13} = l_{14} = l_{15} = 3,4$ ;  $z_8 = 33,6$ .

На рис 1. приведена "разбивка" горного массива на отдельные зоны, которым соответствуют узлы на блоках, где сосредоточены регулируемые электрические сопротивления.

Электрическое сопротивление модели, имитирующее сопротивление переносу тепла в натуре для крайних  $i$ -тых узлов и для узлов, находящихся посередине, соответственно определяется по формулам:

$$R_{\lambda i} = \frac{l_{2i} R_N}{\lambda z_i \left(1 + \frac{l_{2i}}{2z_i}\right)} ; \quad (3)$$

$$R_{\lambda i} = \frac{R_N^*}{\lambda_m z_i} \left[ \frac{l_{(2i-1)}}{1 - \frac{l_{(2i-1)}}{2z_i}} + \frac{l_{2i}}{1 + \frac{l_{2i}}{2z_i}} \right] ; \quad (4)$$

где  $l$  - расстояние между узлами, м;  $R_N$  - масштаб моделирования, Ом, м град/Вт;  $z$  - радиус конечной зоны натуре, м;  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Электрическое сопротивление, имитирующее на модели время протекания процесса в натуре, для первого и  $i$ -того узлов соответственно определяется по формулам:

$$R_{z_1} = \frac{\delta z R_N}{c \gamma_0 l_2 z_1} ; \quad (5) \quad R_{z_i} = \frac{\delta z R_N}{c \gamma_0 [l_{(2i-1)} + l_{2i}]} . \quad (6)$$

Электрическое сопротивление узлов, рассчитанные по формулам (3)-(6) для каждой зоны смоделированного горного массива (см. рис 1), приведены в таблице Комбинацией электрических сопротивлений  $R_T, R_{\lambda 1}, R_{\lambda 2}, R_{\lambda 3}$  соответствующими сопротивлениями  $R_{\lambda}$  можно восстановить рассмотренные нами контрольные задачи для обоих вариантов.

На рис. 2 и 3 приведено сравнение результатов точного расчета и моделирования во

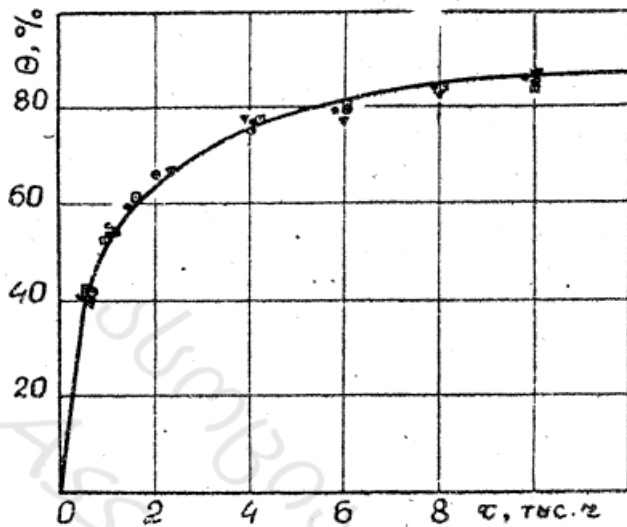


Рис.2. Динамика безразмерной температуры оси симметрии:  
 — результаты точного расчета; моделирование:  
 ○ -  $\delta\tau = 8$  нед.; □ -  $\delta\tau = 6$  нед.; ▽ -  $\delta\tau = 4$  нед.;  
 ▾ -  $\delta\tau = 2$  нед. (вариант 2).

времени и в пространстве для оси симметрии и по ее нормали. На рис.3 группы условных знаков в кругах, обозначенных цифрами 1 и 2, соответствуют результатам моделирования по первому и второму вариантам.

Из рис.2 следует, что выбранные нами интервалы времени практически не влияют на конечные результаты. Установлено, что погрешность моделирования не превышает 5%, если отношение интервала времени моделирования к максимальному значению промежутка времени (к продолжительности протекания

процесса по условиям задачи) варьирует в пределах  $1/6 \div 1/30$ . В случае изменения указанного отношения в пределах  $1/4, 5 \div 1/5, 5$  погрешность доходит до 10%.

В специальной литературе [1] указывается о необходимости монотонного увеличения радиуса последующих зон моделируемого массива. С этой точки зрения "разбивка" массива в первом варианте (см. рис. 1) близка к идеальной.

Например, приращение радиуса второй и четвертой зон соответственно составляет 0,5 и 2 м, чего нельзя сказать о втором варианте; здесь приращение радиусов аналогичных зон соответственно составляет 0,2 и 4 м. В первом варианте радиус увеличился в 4 раза, а во втором - в 20 раз.

Расчетные значения адектрических сопротивлений в узлах

№ узла Сопротив- ления	Узлы											ИЗ	Масштаб сопро- тивл. $R_{\text{н}}, \text{В}\cdot\text{м}^2$	Шаг времени $\delta T, \text{с}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			
$R_{\lambda_1}, \text{кОм}$	190	242	370	305	185	177	128,7	101	125	159,7	119,5	94,5	1000	-
$R_T, \text{кОм}$	584	146	24,3	7,3	4,4	2,2	1,6	1,26	0,63	0,27	0,20	0,16	1000	336
$R_{T_1}, \text{кОм}$	1168	292	48,6	14,6	8,8	4,4	3,2	2,5	1,3	0,54	0,40	0,32	1000	672
$R_{T_2}, \text{кОм}$	1752	438	73	21,8	13,3	7,3	4,8	3,8	1,9	0,80	0,60	0,50	1000	1008
$R_{T_3}, \text{кОм}$	2336	584	97,3	29,1	17,8	8,8	6,4	5,1	2,5	1,10	0,80	0,65	1000	1344
$R_{\lambda_2}, \text{кОм}$	95	121	185	153	93	89	64,3	51	63	80	60	47,2	1000	-
$R_{T_4}, \text{кОм}$	584	146	24,3	7,3	4,4	2,2	1,6	1,26	0,63	0,27	0,20	0,16	1000	336
$R_{T_5}, \text{кОм}$	1168	292	48,6	14,6	8,8	4,4	3,2	2,5	1,3	0,54	0,40	0,32	1000	672
$R_{T_6}, \text{кОм}$	1752	438	73	21,8	13,3	7,3	4,8	3,8	1,9	0,80	0,60	0,50	1000	1008
$R_{T_7}, \text{кОм}$	2336	584	97,3	29,1	17,8	8,8	6,4	5,1	2,5	1,10	0,80	0,65	1000	1344
$R_{\lambda_3}, \text{кОм}$	23,2	433	373,7	331	240	153	119	45,9	-	-	-	-	1000	-
$R_{T_8}, \text{кОм}$	365	166	7,0	1,8	0,78	0,52	0,39	0,32	-	-	-	-	1000	336
$R_{T_9}, \text{кОм}$	730	332	14,0	3,6	1,6	1,0	0,78	0,64	-	-	-	-	1000	672
$R_{T_{10}}, \text{кОм}$	1095	498	21,0	5,5	2,3	1,6	1,2	0,96	-	-	-	-	1000	1008
$R_{T_{11}}, \text{кОм}$	1460	663	28,2	7,3	3,1	2,1	1,6	1,3	-	-	-	-	1000	1344

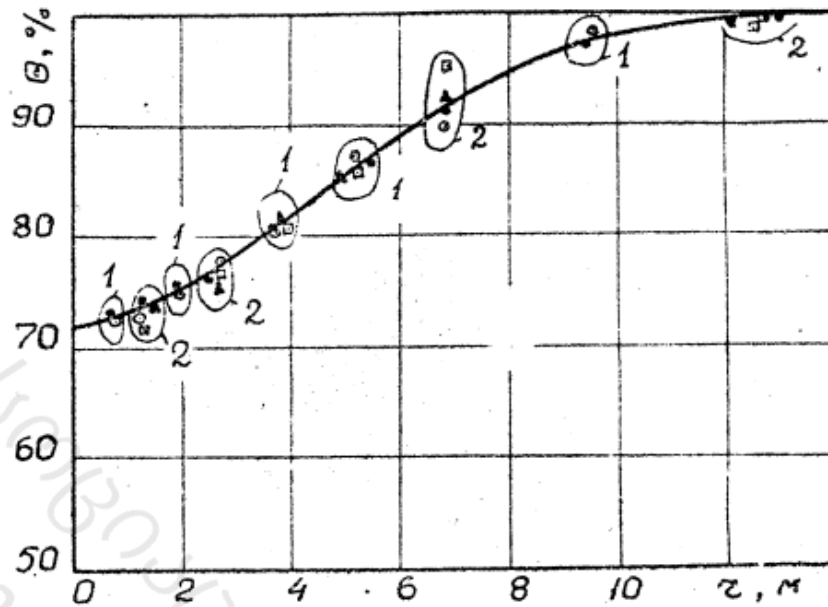


Рис.3. Распределение безразмерной температуры в горном массиве через 3000 ч по нормали оси симметрии: — результаты точного расчета; моделирование:  $\circ$  -  $\delta\tau = 8$  нед.;  $\square$  -  $\delta\tau = 6$  нед.;  $\cdot$  -  $\delta\tau = 4$  нед.;  $\blacktriangledown$  -  $\delta\tau = 2$  нед.

Однако, несмотря на такое различие изменения радиуса отдельных элементов разбивки, и в этом случае моделирование дает удовлетворительные результаты, о чем свидетельствует рис.3. Как видно из этого рисунка, приращение радиуса зон смоделированного горного массива не оказывает существенного влияния на результаты моделирования, которые в значительной степени зависят от порядка величин сопротивлений, подключаемых в узлах блока интегратора.

В заключение необходимо отметить, что «разбивку» моделируемого горного массива на отдельные зоны можно производить довольно произвольно. В этом случае достоверность получаемых результатов будет обеспечена при условии, что величины электрических сопротивлений, в узлах блока, имитирующие сопротивление среды переносу тепловой энергии, не отличались друг от друга более чем на порядок.

В отношении интервала времени необходимо отметить, что при наличии срока службы подземного сооружения ( $\tau$ ) и необходимой степени точности определения температуры окружающего горного массива методом моделирования, интервал времени можно определить согласно приведенным выше значениям соотношения  $\delta\tau/\tau$ , не прибегая к довольно сложным и трудоемким вычислениям.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коздоба Л. А. Электрическое моделирование явлений тепло-и массопереноса. М.: Энергия, 1972 – 296 с.
2. Ликов А.В. Теория теплопроводности М.:Высшая школа, 1967 - 600 с..

Институт горной  
механики АН ГССР

Поступила в редакцию  
7.10.1986