საქართველოს სსრ მეცნიერებათა აკადემიის მოამბე, 85, №3, 1977
СООБЩЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК ГРУЗИНСКОЙ ССР, 85, №3, 1977
BULLETIN of the ACADEMY of SCIENCES of the GEORGIAN SSR, 85, №3, 1977
УДК 622.412:536.244

РАЗРАБОТКА МЕСТОРОЖДЕНИЙ И ОБОГАЩЕНИЕ

Ш.И. ОНИАНИ, О. А. ЛАНЧАВА, С.Л. БОЛКВАДЗЕ

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НЕОГРАНИЧЕННОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ

(Представлено академиком А.А. Дзидзигури 18.1.1977)

При слоевой выемке мощных залежей полезных ископаемых (например каменного угля) и твердеющей закладке выработанного пространства возникает задача построения температурного поля системы полезное ископаемое-твердеющая закладка-порода, которую можно сформулировать следующим образом: дана неограниченная пластина твердеющей закладки, помещенная между полуограниченными массивами угля и породы (рис. 1) с начальным экспоненциальным распределением температуры, обусловленным дегазацией; в процессе твердения в закладке по всему объему выделяется значительное количество тепла; необходимо найти распределение температуры в системе для любого заданного промежутка времени г .

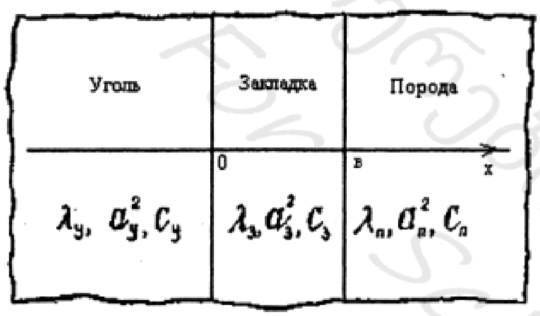

Рис. 1. Схема рассматриваемой системы тел

Математическая запись поставленной задачи принимает вид

$$\frac{\partial t_y(x,\tau)}{\partial \tau} = a_y^2 \frac{\partial^2 t_y(x,\tau)}{\partial x^2}, \quad (\tau > 0, \quad -\infty < x < 0), \tag{1}$$

$$\frac{\partial t_з(x,\tau)}{\partial \tau} = a_з^2 \frac{\partial^2 t_з(x,\tau)}{\partial x^2} + f_з(\tau), \quad (\tau > 0, \quad 0 < x < b), \tag{2}$$

$$\frac{\partial t_П(x,\tau)}{\partial \tau} = a_П^2 \frac{\partial^2 t_П(x,\tau)}{\partial x^2}, \quad (\tau > 0, \quad b < x < \infty), \tag{3}$$

Краевые условия:

$$t_3(x,0) = t_0^3, \quad t_y(x,0) = t_0^y - \delta_1 e^{-\sigma_1|x|} - \Gamma_y\,|x|,$$

$$t_\Pi(x,0) = t_0^\Pi - \delta_2 e^{-\sigma_2|x|} - \Gamma_\Pi\,|x-b|, \tag{4}$$

$$t_{y|x=0} = t_{3|x=0}, \quad \lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x_{|x=0}} - \lambda_y \frac{\partial t_y}{\partial x_{|x=0}} = \lambda_y \Gamma_y, \tag{5}$$

$$t_{3|x=b} = t_{\Pi|x=b}, \quad \lambda_\Pi \frac{\partial t_\Pi}{\partial x_{|x=b}} - \lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x_{|x=b}} = \lambda_\Pi \Gamma_\Pi, \tag{6}$$

$$\frac{\partial t_y}{\partial x_{|x=-\infty}} = \Gamma_y, \quad \frac{\partial t_\Pi}{\partial x_{|x=\infty}} = \Gamma_\Pi, \tag{7}$$

Где

$$f_3(\tau) = \frac{\theta_1 k}{R_3 C_3} \exp\left\{-\frac{k\tau}{R_3 C_3}\right\} \tag{7}$$

— известная фунция внутреннего объемного источника тепла в твердеющей закладке.

В выражениях (1) — (8) индексами "у", "з" и "п" соответственно обозначены уголь, закладка, порода; b - толщина закладки; a - температуропроводность; λ — теплопроводность; t_0^3 — начальная температура закладки; t_0^y и t_0^Π — естественная температура соответственно угля и породы на поверхности раздела; Γ - геотермический градиент; R – термическое сопротивлление; C — объемная теплоемкость; θ_1 - максимальное приращение температуры закладки в процессе твердения в адиабатических условиях; δ, σ, k — эмпирические константы.

Поставленная задача нами решена при помощи функции Грина в комбинации с' методом интегрального преобразования Лапласа — исходные дифференциальные уравнения и краевые условия преобразуются по Лапласу только относительно временной переменной и полученные при этом уравнения решаются методом Грина [1 -2].

Полученные решения имеют вид

$$t_y(x,\tau) = \int_{-\infty}^{0}\left[t_0^y - \delta_1 \exp(-\sigma_1|\xi|) - \Gamma_y|\xi|\right]G_{yy}(x,\xi,\tau)d\xi + t_0^3\int_0^b G_{y3}(x,\xi,\tau)d\xi +$$
$$+\int_b^\infty\left\{t_0^\Pi - \delta_2 \exp[-\sigma_2(\xi-b)] + \Gamma_\Pi(\xi-b)\right\}G_{y\Pi}(x,\xi,\tau)d\xi + \int_0^\tau\int_0^b G_{y3}(x,\xi,\tau-t)\times$$
$$\times f_3(\tau)d\xi dt + \frac{1}{1+\beta}\left[(\alpha_{17}+\alpha_{15}\beta)\Gamma_\Pi\lambda_\Pi - (\alpha_{14}-\alpha_{16}\beta)\Gamma_y\lambda_y\right]\times$$

$$\times\left[2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{4a_y^2\tau}\right)-\frac{x}{a_y}erfc\frac{x}{2a_y\sqrt{\tau}}\right], \tag{9}$$

$$t_3(x,\tau)=\int_{-\infty}^{0}\left[t_0^y-\delta_1\exp(-\sigma_1|\xi|)-\Gamma_y|\xi|\right]G_{3y}(x,\xi,\tau)d\xi+\int_0^b t_0^3G_{33}(x,\xi,\tau)d\xi+$$

$$+\int_b^{\infty}\left\{t_0^{\Pi}-\delta_2\exp[-\sigma_2(\xi-b)]+\Gamma_{\Pi}(\xi-b)\right\}G_{3\Pi}(x,\xi,\tau)d\xi+\int_0^{\tau}\int_0^{b}G_{33}(x,\xi,\tau-t)\times$$

$$\times f_3(\tau)d\xi dt+\frac{1}{1+\beta}\left\{\left[(\alpha_{15}\beta\Gamma_{\Pi}\lambda_{\Pi}-\alpha_{14}\Gamma_y\lambda_y)\right]\left[2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{4a_3^2\tau}\right)-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{x}{a_3}erfc\frac{x}{2a_3\sqrt{\tau}}\right]+\left[\alpha_{16}\beta\Gamma_y\lambda_y+\alpha_{17}\Gamma_{\Pi}\lambda_{\Pi}\right]\times$$

$$\left.\times\left[2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{4a_3^2\tau}\right)+\frac{x}{a_3}erfc\frac{x}{2a_3\sqrt{\tau}}\right]\right\}, \tag{10}$$

$$t_{\Pi}(x,\tau)=\int_{-\infty}^{0}\left[t_0^y-\delta_1\exp(-\sigma_1|\xi|)-\Gamma_y|\xi|\right]G_{\Pi y}(x,\xi,\tau)d\xi+t_0^3\int_0^b G_{\Pi 3}(x,\xi,\tau)d\xi+$$

$$+\int_b^{\infty}\left\{t_0^{\Pi}-\delta_2\exp[-\sigma_2(\xi-b)]+\Gamma_{\Pi}(\xi-b)\right\}G_{\Pi\Pi}(x,\xi,\tau)d\xi+\int_0^{\tau}\int_0^{b}G_{\Pi 3}(x,\xi,\tau-t)\times$$

$$\times f_3(\tau)d\xi dt+\frac{1}{1+\beta}\left\{(\alpha_{15}\beta\Gamma_{\Pi}\lambda_{\Pi}-\alpha_{14}\Gamma_y\lambda_y)\times\right.$$

$$\times\left[2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{\left(\frac{x-b}{a_{\Pi}}+\frac{b}{a_3}\right)^2}{4\tau}\right)-\left(\frac{x-b}{a_{\Pi}}+\frac{b}{a_3}\right)erfc\frac{\frac{x-b}{a_{\Pi}}+\frac{b}{a_3}}{2\sqrt{\tau}}\right]+$$

$$+(\alpha_{17}\Gamma_{\Pi}\lambda_{\Pi}+\alpha_{16}\beta\Gamma_y\lambda_y)\left[2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}}\exp\left(-\frac{\left(\frac{x-b}{a_{\Pi}}-\frac{b}{a_3}\right)^2}{4\tau}\right)-\right.$$

$$\left.\left.-\left(\frac{x-b}{a_{\Pi}}-\frac{b}{a_3}\right)erfc\frac{\frac{x-b}{a_{\Pi}}-\frac{b}{a_3}}{2\sqrt{\tau}}\right]\right\}, \tag{11}$$

Где функции Грина G для угля определены выражениями

$$G_{yy}(x,\xi,\tau)=\frac{1}{2a_y\sqrt{\pi\tau}}\left[\exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4a_y^2\tau}\right)-\exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{4a_y^2\tau}\right)\right]+$$

$$+\frac{1}{a_y\sqrt{\pi\tau}}\sum_{n=0}^{\infty}\beta^n\left[\alpha_1\exp\left(-\frac{1}{4\tau}\left(\frac{2bn}{a_3}+\frac{x+\xi}{a_y}\right)^2\right)+\right.$$

$$\left.+\alpha_2\exp\left(-\frac{1}{4\tau}\left(\frac{2bn+2b}{a_3}-\frac{x-\xi}{a_y}\right)^2\right)\right]; \tag{12}$$

Association For Science

$$G_{y3}(x,\xi,\tau)=\frac{1}{2a_3\sqrt{\pi\tau}}\sum_{n=0}^{\infty}\beta^n\Bigg[\alpha_9\exp\left(-\frac{1}{4\tau}\left(\frac{\xi+2bn}{a_3}-\frac{x}{a_y}\right)^2\right)+$$

$$+\alpha_{10}\exp\left(-\frac{1}{4\tau}\left(\frac{2b-\xi+2bn}{a_3}-\frac{x}{a_y}\right)^2\right)\Bigg]; \qquad (13)$$

$$G_{y\Pi}(x,\xi,\tau)=\frac{\alpha_{13}}{a_\Pi\sqrt{\pi\tau}}\sum_{n=0}^{\infty}\beta^n\exp\left(-\frac{1}{4\tau}\left(\frac{\xi-b}{a_\Pi}+\frac{b+2bn}{a_3}-\frac{x}{a_y}\right)^2\right); \qquad (14)$$

Где β и α_i, — постояннные коэффициенты.

Аналогичный вид принимают эти функции и для остальных тел системы.

Решения (9), (10), (11) дают возможность построения на ЭВМ тепературного поля рассматриваемой системы тел при восходящей или нисходящей последовательности отработки наклонных слоев мощной толщи полезного ископаемого и твердеющей закладке выработанного пространства для любого заранее заданного промежутка времени.

Академия наук Грузинской ССР
Институт горной механики
им. Г.А. Цулукидзе

(Поступило 20.1.1977)

საბადოთა დამუშავება და გამდიდრება

შ.ონიანი, ო. ლანჩავა, ს.ბოლქვაძე

შემოუსაზღვრელი სამშრიანი სისტემის არასტაციონალური სითბოგამტარობის ერთი ამოცანის შესახებ

რ ე ზ ი უ მ ე

განხილული და ამოხსნილია ნახშირი - ვსება - ქანი შემოუსაზღვრელი სისტემის არასტაციონარულ ტემპერატურათა ველის აგების ამოცანა ვსებაში განსაზღვრული რაოდენობის სითბოს მოცულობითი შიდა წყაროს არსებობისა და ნახშირისა და ქანის მასივშ ტემპერატურის საწყისი ექსპონენციალური განაწილების შემთხვევისათვის.

EXPLOATATION OF DEPOSITS AND CONCENTRACION

Sh. 1. ONIANI, O. A. LANCHAVA, S. L. BOLKVADZE

ON A PROBLEM OF NON-STATIONARY HEAT CONDUCTION OF AN UNBOUNDED THREE-LAYERED SYSTEM

Summary

The problem of the construction of the temperature field of an unbounded coal-packing-rock system has been considered and solved when an inside volumetric source of a given amount of heat in the packing is available with the initial exponential distribution of the temperature in the coal and rock massifs.

ლიტერატურა- ЛИТЕРАТУРА - REFERENCES

1. А. В. Иванов. Сб. «Теплофизика в литейном производстве. Минск, 1963, стр. 11.

2. С. И. Г а й д у к. Там же, стр. 52.

Association For Science